XXII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
XI Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
24 a 28 de agosto de 2026 – Brasília/DF
DOI: 10.47094/COBRAMSEG2026.2/18

Metodologia para Avaliação da Aderência de Distribuições Acumuladas em Parâmetros Geotécnicos Utilizando Software R.

Filipe Guarnieri Xavier
Doutorando em Geotecnia, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP) / Engenheiro Geotécnico, Knight Piésold, Belo Horizonte, Brasil, fxavier@knightpiesold.com.

Pedro Henrique Oliveira Silva Leite
Bacharelado em Engenharia Civil, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, pedrohosleite@gmail.com

Roberto Cezar Rego Silva
WSP Brasil, Engenheiro Geotécnico, Belo Horizonte, Brasil, robertocezarrs@outlook.com

Domenico Oliveira Gontijo
Engenheiro Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais, domenico.gontijo@gmail.com

Maria Daniela Camilo Felício
Graduanda em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) – Minas Gerais, Brasil.
mariadcfelicio@gmail.com

RESUMO: A quantidade de informações disponíveis representa um desafio para a engenharia geotécnica, pois, quanto maior o volume de dados, maior o potencial de redução das incertezas e de aprimoramento da tomada de decisão. Assim, é essencial compreender o comportamento da distribuição dos parâmetros, com intuito de representar a anisotropia geotécnica. Para isso, é necessário obter a função de distribuição acumulada, com intuito de subsidiar indicadores de desempenho mais assertivos, como a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade. O presente trabalho traz uma metodologia de aderência da distribuição acumulada, para 18 parâmetros, utilizando o software R e o pacote fitdistrplus. Os resultados obtidos foram validados a partir de critérios de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC), para diferentes parâmetros, e a metodologia mostrou-se uma ferramenta fundamental para a realização de simulações numéricas probabilísticas mais precisas, principalmente para análises de variáveis aleatórias (Random Variable – RV).

PALAVRAS-CHAVE: Função de distribuição acumulada, R (software estatístico), Variabilidade geotécnica, Análise probabilística, Variáveis aleatórias

ABSTRACT: The growing volume of available data poses a significant challenge in geotechnical engineering, as larger datasets can contribute to reducing uncertainties and improving decision-making. In this context, understanding the probabilistic behavior of geotechnical parameters is essential for adequately representing geotechnical anisotropy. To this end, determining the cumulative distribution function is necessary to support more reliable performance indicators, such as the probability of failure and the reliability index. This paper presents a methodology for cumulative distribution fitting applied to 18 parameters using the R software and the fitdistrplus package. The results were validated using the Akaike Information Criterion (AIC) and the Bayesian Information Criterion (BIC) for different parameters, demonstrating that this approach is a valuable tool for performing more accurate probabilistic numerical simulations, particularly in analyses involving Random Variables (RVs).

KEYWORDS: Cumulative Distribution Function; R (statistical software); Geotechnical Variability; Probabilistic Analysis; Random Variables.

1 INTRODUÇÃO

As análises de estabilidade constituem uma rotina crucial na engenharia geotécnica, fundamentais tanto para garantir a segurança operacional de empreendimentos quanto para assegurar a viabilidade econômica de projetos de infraestrutura e mineração. Tradicionalmente, essas avaliações baseiam-se em abordagens determinísticas, validadas pela utilização de um único indicador de desempenho: o Fator de Segurança (FS). Tal prática, embora corroborada por normas e legislações técnicas vigentes, assume parâmetros de resistência fixos e constantes para o cálculo da estabilidade.

Não obstante, as propriedades de solos e rochas — incluindo parâmetros de resistência ao cisalhamento, deformabilidade e permeabilidade — são naturalmente anisotrópicas e devem ser tratadas como Variáveis Aleatórias (Random Variables – RV). Essa variabilidade é uma característica intrínseca aos geomateriais, resultante de processos geológicos complexos, como o transporte de sedimentos por distintos agentes e os históricos de tensão, pressão e temperatura aos quais a rocha matriz e o regolito foram submetidos (Xavier, 2025). Ignorar essas incertezas em análises exclusivamente determinísticas pode conduzir a uma falsa percepção de segurança ou, inversamente, a projetos excessivamente conservadores e antieconômicos.

Assim, na abordagem de Variável Aleatória (Random Variable – RV), as propriedades geotécnicas são tratadas como grandezas cujos valores possuem incerteza intrínseca. Matematicamente, essas propriedades dos materiais são representadas por um vetor de variáveis aleatórias X = {X1, X2, …, Xn}. A caracterização completa do comportamento dessas variáveis depende fundamentalmente de sua Função de Densidade de Probabilidade (PDF) conjunta, denotada como $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ (Torrico Siacara, 2021). A definição correta dessa função permite descrever plenamente a estrutura probabilística dos parâmetros e seu comportamento.

O presente trabalho propõe uma metodologia sistemática para a obtenção do melhor ajuste da PDF dos geomateriais. Para tal, foram utilizados critérios estatísticos, especificamente o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Critério de Informação Bayesiano (BIC), processados com o auxílio do software estatístico R. O estudo avaliou a melhor aderência probabilística de 18 parâmetros geotécnicos ligados a ensaio de campo, caracterização física e de resistência, em rejeitos, regolito de filito e regolito carbonático, de matrizes arenosas, siltosas e argilosas respectivamente.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Historicamente, na ausência de softwares estatísticos avançados, a determinação da PDF dos parâmetros geotécnicos fundamentava-se na análise de extensos bancos de dados. Um exemplo clássico dessa abordagem é o trabalho de Lacasse e Nadim (1996), que estabeleceram as distribuições mais adequadas a partir da compilação de resultados de ensaios e testes de aderência simplificados.

Conforme esses autores, parâmetros físicos e índices (como peso específico e limites de Atterberg) tendem a seguir uma distribuição Normal devido à natureza aditiva de suas variáveis constituintes e à baixa variabilidade observada.

Em contrapartida, parâmetros de resistência e hidráulicos (como s_u e permeabilidade) ajustam-se melhor à distribuição Lognormal. Essa preferência estatística justifica-se tanto pela restrição física de não-negatividade dos valores quanto pela natureza multiplicativa dos processos geológicos de formação, os quais frequentemente geram distribuições assimétricas com outliers.

A Tabela 1 traz alguns valores típicos obtidos de PDF.

Tabela 1: Valores típicos de PDF. Adaptado (Bretas, 2020).

Parâmetro do Solo	Tipo de solo	Tipo de distribuição
Resistência não drenada s_u	Argila (Triaxial)	Log normal
	Argila (Su)	Log normal
Razão $\frac{s_u}{\sigma' v}$	Argila	Normal / Log normal
Limite Plasticidade	Argila	Normal
Limite Liquidez	Argila	Normal
Peso unitário submerso	Todos	Normal
Ângulo de atrito	Areia	Normal
Índice de vazios	Todos	Normal
Razão de Adensamento	Argila	Normal / Log normal

O presente trabalho traz uma avaliação de PDF que vai além de modelos clássicos Normal e Lognormal. O estudo amplia o escopo analítico ao avaliar também distribuições do tipo Weibull, Gamma e Gumbel, com o objetivo de obter melhor aderência estatística aos dados e representar de forma mais adequada comportamentos assimétricos que podem não ser capturados pelas distribuições tradicionais.

3 METODOLOGIA

Para a determinação das funções de probabilidade que melhor representam cada parâmetro geotécnico, empregou-se o ambiente de computação estatística R (versão 4.4.2). O procedimento analítico teve como objetivo avaliar o grau de aderência dos dados amostrais em relação a diferentes curvas de PDF teóricas, permitindo a seleção do modelo estatístico mais representativo para a variabilidade observada.

Akaike (1974) e Schwarz (1978) propuseram, respectivamente, os critérios AIC (Akaike information criterion) e BIC (Bayesian information criterion) respectivamente, ambos os critérios são baseados na função de verossimilhança e quanto menores seus valores, melhor o ajuste da distribuição.

Utilizou-se critérios de informação AIC e BIC, a Tabela 2 traz as análises utilizadas neste estudo para a verificação da aderência de distribuição de probabilidade.

Tabela 2: Avaliação da distribuição de probabilidade.

Métodos quantitativos	Bases	Regras para análise estatística
Gráfico Função Distribuição Acumulada Empírica Teórica (CDF)	Avalia a aderência de curvas de distribuição acumuladas com empíricas	Visualmente quanto mais a curva aproximar da teórica mais vinculado esta
Critério de Informação Akaike (AIC)	AIC = −2. log L (q) + 2p L (q) - é a verossimilhança máxima do modelo (quanto maior, melhor o ajuste), p corresponde ao número de parâmetros estimados no modelo, −2log (q) penaliza modelos com baixo ajuste e 2p, penaliza modelos mais complexos, com mais parâmetros.	Menor valor maior aderência
Critério de Informação Bayesiano (BIC)	BIC = −2. log L (q) + p log (n) L (q) - é a verossimilhança máxima do modelo (quanto maior, melhor o ajuste), p corresponde ao número de parâmetros estimados no modelo, −2.log L (q) penaliza modelos com baixo ajuste e n é o número total de observações no conjunto de dados	Menor valor maior aderência

4 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Como exemplo de aplicação da metodologia proposta foram avaliados ensaios de campo vem diferentes litologias (N_{SPT}) e de laboratório, sendo ensaios de caracterização em rejeitos (ρd, $w$ót) e de parâmetros geotécnicos em rochas (ε,ν) e solos (c, ϕ). A Tabela 3 traz a nomenclatura adotada juntamente com a descrição geotécnica de cada um dos materiais.

Tabela 3: Parâmetros avaliados.

Ensaio de Campo	Nomenclatura	Descrição do material
Índice de resistência à penetração obtido através da sondagem a percussão (N_{spt})	SAP_{Nspt}	Saprólito Filítico
	SR_{Nspt}	Solo Residual Filítico
	SRJ_{Nspt}	Solo Residual Jovem de Xisto Micáceo
	SRM_{Nspt}	Solo Residual Maduro de Xisto Micáceo
	ALR_{Nspt}	Aluvião Arenoso
	ALG_{Nspt}	Aluvião Argiloso
Parâmetros de elasticidade	Nomenclatura	Descrição do material
ε - Módulo de elasticidade (Young)	RO_{MT}	Rocha Metatonalito
	RO_{MD}	Rocha Metadiorito
ν - Coeficiente de Poisson		
Parâmetro de resistência	Nomenclatura	Descrição do material
c – Coesão	RG_{CR}	Rególito de solo Carbonático
ϕ – Ângulo de atrito	SAP_{FL}	Saprólito Filítico
	SR_{FL}	Solo Residual Filítico
Parâmetro de caracterização	Nomenclatura	Descrição do material
ρd – Densidade seca máxima	$RJ\rho$	Rejeito proveniente de Xisto Metamorfizado
$w$ót – Umidade ótima		

As Figura 1 aFigura 4 trazem os resultados de PDF obtidos para cada um dos 18 parâmetros avaliados.

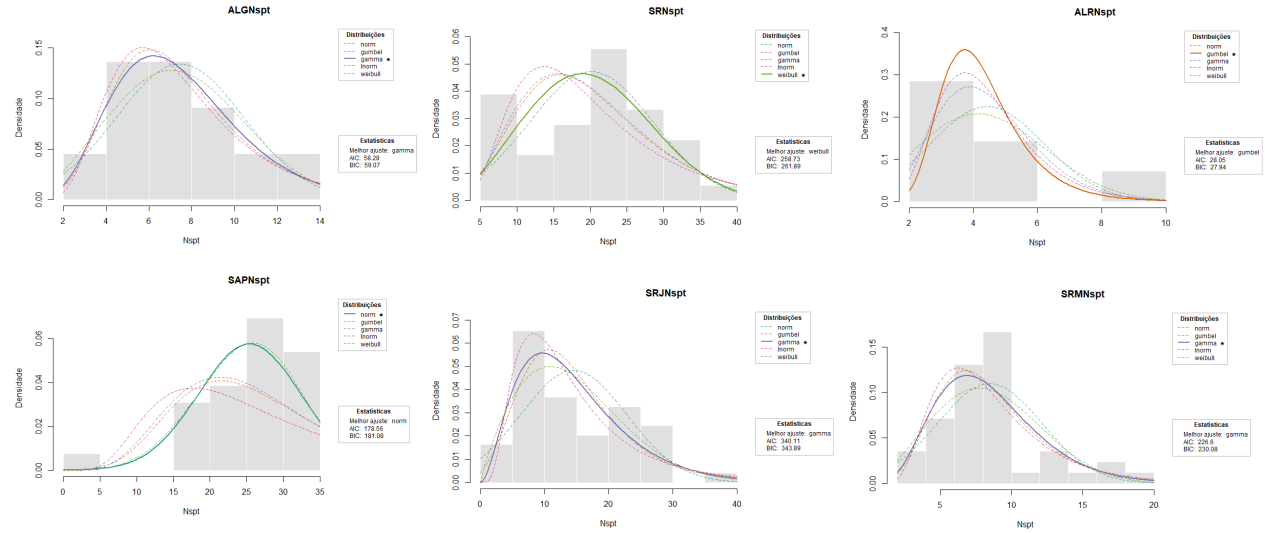


Figura 1: PDF para os ensaios de campo.

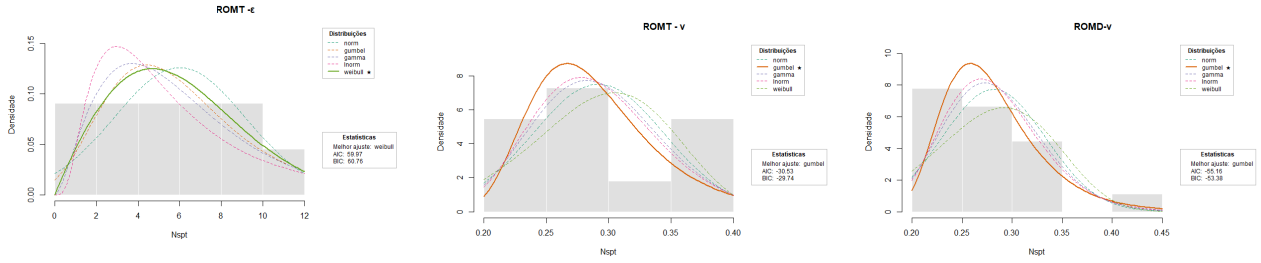


Figura 2: PDF dos Parâmetros de elasticidade.

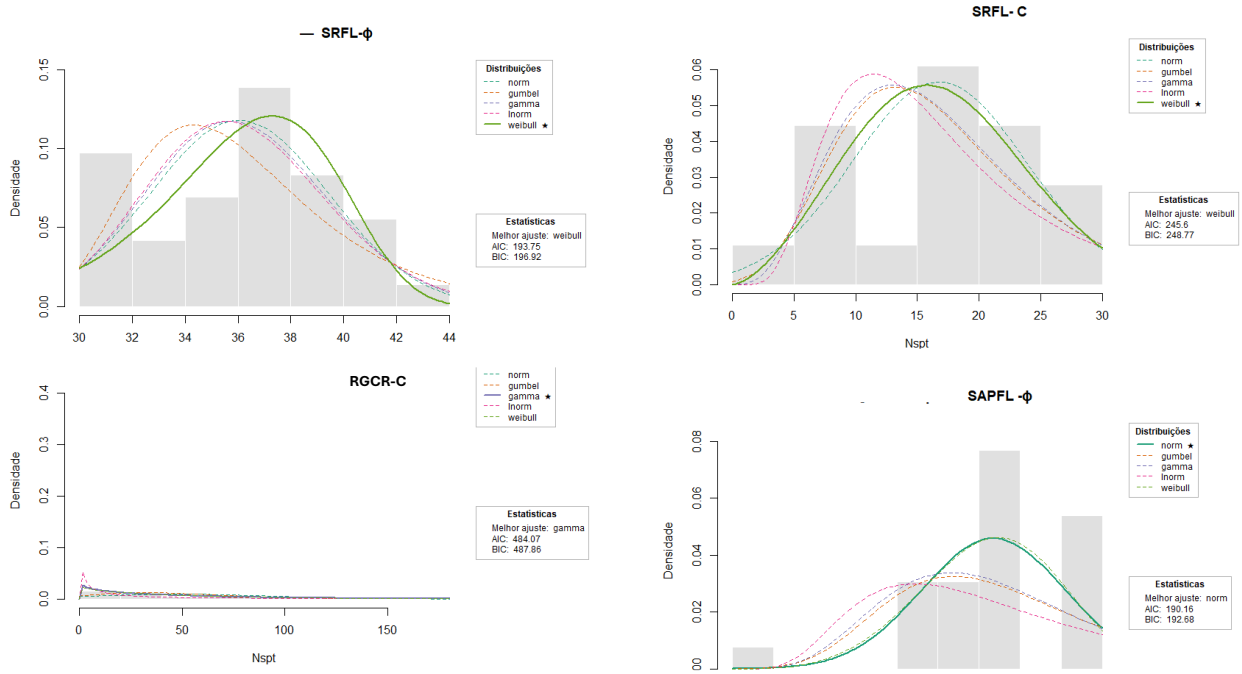


Figura 3: PDF Parâmetro de resistência

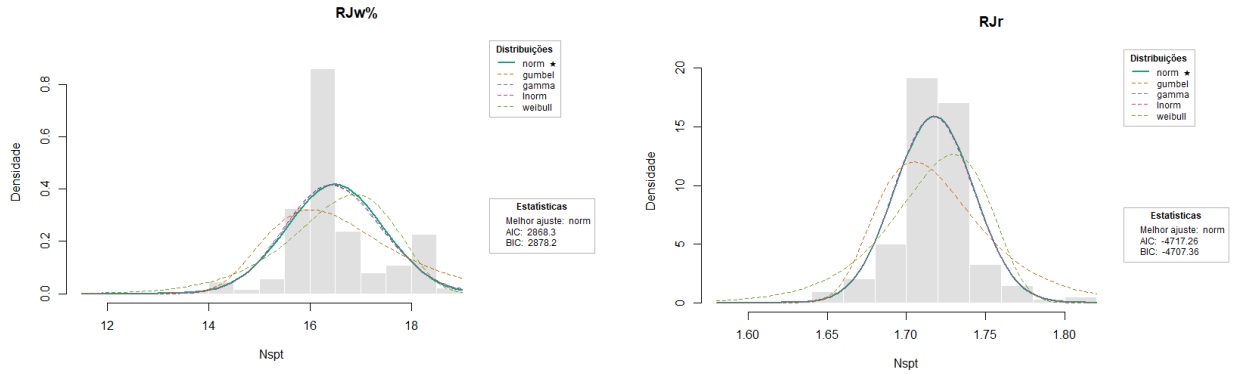


Figura 4: PDF Parâmetro de caracterização.

A Tabela 4 apresenta um resumo dos resultados obtidos, incluindo os menores valores de AIC e BIC.

Tabela 4: Resultados de critério de informação por AIC e BIC.

Parâmetro	PDC	AIC	BIC	Análises
SAPNspt	norm	178.560037	181.07623	26
SRNspt	weibull	258.72524	261.892278	36
SRJNspt	gamma	340.107398	343.891039	49
SRMNspt	gamma	226.603495	230.078834	42
ALRNspt	gumbel	28.0506013	27.9424216	7
ALGNspt	gamma	58.2770705	59.072861	11
ROMT -ε	weibull	59.9681739	60.7639644	11
ROMT - ν	gumbel	-30.533109	-29.737319	11
ROMD-ε	gumbel	96.8457298	98.6264733	18
ROMD-ν	gumbel	-55.158448	-53.377705	18
RGCR - C	gamma	484.072944	487.856585	49
RGCR -ϕ	weibull	284.030334	287.813975	49
SAPFL- C	norm	169.079316	171.595509	26

SAPFL -ϕ	norm	190.163501	192.679694	26
SRFL- C	weibull	245.598089	248.765127	36
SRFL-ϕ	weibull	193.748511	196.915549	36
RJr	norm	-4717.2625	-4707.3647	1042
RJw%	norm	2868.30214	2878.19993	1042

Os resultados obtidos demonstram que a melhor aderência estatística para os parâmetros analisados raramente seguiu as distribuições probabilísticas clássicas (Normal e Lognormal), comumente citadas na literatura internacional para solos sedimentares. Em contrapartida, observou-se uma predominância de ajustes superiores com distribuições alternativas, como Weibull, Gamma e Gumbel.

Tal constatação evidencia a necessidade crítica de avaliar criteriosamente o comportamento probabilístico dos materiais, especialmente no contexto de solos tropicais, cuja gênese intempérica e estrutura lixiviada podem gerar assimetria e ocorrência de outliers de distribuição distintas daquelas previstas pelos modelos tradicionais. A adoção automática de distribuições padrão (Normal/Lognormal) em análises de Variável Aleatória (RV) pode enviesar significativamente a estimativa da probabilidade de falha.

Com isso, a metodologia proposta de seleção de PDF via critérios de informação (AIC/BIC) mostra-se fundamental para garantir a precisão e a confiabilidade dos indicadores de desempenho (FS, Pf e β) das estruturas geotécnicas.

5 CONCLUSÃO

O estudo buscou identificar a distribuição probabilística mais adequada para cada parâmetro geotécnico, de modo a permitir a obtenção de sua função densidade de probabilidade (PDF) e de sua função de distribuição acumulada (FDA), utilizando critérios de informação estatística (AIC e BIC) no ambiente computacional R. Foi realizada a análise de 18 parâmetros distintos, abrangendo ensaios de campo, caracterização física e resistência mecânica em diferentes geomateriais (rejeitos, regolito de filito e regolito carbonático).

Assim, conforme supracitado os resultados demonstraram que as distribuições Normal e Lognormal, tradicionalmente sugeridas na literatura internacional para solos sedimentares, não foram as que apresentaram a melhor aderência para a maioria dos parâmetros analisados. Observou-se uma prevalência de melhores ajustes com distribuições alternativas, como Weibull, Gamma e Gumbel

A predominância dessas distribuições alternativas reforça a necessidade de considerar as particularidades dos solos tropicais e materiais de mineração (rejeitos). A estrutura lixiviada, a cimentação natural e a variabilidade intrínseca desses materiais geram assimetrias e comportamentos de cauda que não são capturados adequadamente pelos modelos gaussianos simples.

A correta identificação da PDF é crucial para análises de Variável Aleatória (RV). A adoção arbitrária de uma distribuição incorreta pode enviesar significativamente os indicadores de desempenho, como a Probabilidade de Falha (Pf) e o Índice de Confiabilidade (β), conduzindo a projetos excessivamente conservadores ou perigosamente inseguros.

A utilização do software R em conjunto com o pacote *fitdistrplus* e os critérios de Akaike e Bayesiano mostrou-se uma ferramenta robusta e acessível para a engenharia geotécnica. Essa abordagem permite reduzir as incertezas epistêmicas associadas à modelagem estatística, proporcionando simulações numéricas mais precisas e assertivas para a tomada de decisão em projetos de infraestrutura e mineração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Akaike, H. (1974). *A new look at the statistical model identification*. IEEE Transactions on Automatic Control, 19(6), 716-723.

Bretas, Thiago Cruz. *Retroanálise probabilística tridimensional por equilíbrio-limite de rupturas de talude em Belo Horizonte/MG.* Dissertação (Mestrado em Engenharia Geotécnica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Geotécnica, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2020.

Lacasse, S., & Nadim, F. (1996*). Uncertainties in characterizing soil properties. In: Uncertainty in the Geologic Environment: From Theory to Practice*. ASCE Geotechnical Special Publication No. 58, 49-75.

Schwarz, G. (1978). *Estimating the dimension of a model.* The Annals of Statistics, 6(2), 461-464.

Torrico Siacara, Adrian. *Reliability-based design of an earth and concrete dam. 2021*. Tese (Doutorado em Engenharia Geotécnica) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2021. doi:10.11606/T.3.2021.tde-22102021-094317. Acesso em: 2026-06-09.

Xavier, F. G. (2025). *Retroanálise de rompimento de talude com dados de sondagem: uma abordagem factível usando métodos probabilísticos e simulações computacionais.* Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M), Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre.