XXII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
XI Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
24 a 28 de agosto de 2026 – Brasília/DF

DOI: 10.47094/COBRAMSEG2026.2/20

Modelo Constitutivo Baseado em Redes Neurais Artificiais para Areias Reforçadas com Fibras Poliméricas

João Paulo de Araújo Rodrigues
Mestrando, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, jparodrigues@ufu.br

Michael Andrade Maedo
Professor, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, michael.maedo@ufu.br

Sandro Lemos Machado
Professor, UFBA, Salvador, Brasil, smachado@ufba.br

RESUMO: Este trabalho apresenta um modelo constitutivo baseado em redes neurais artificiais do tipo Multilayer Perceptron (MLP) para a previsão do comportamento mecânico de areias reforçadas com fibras poliméricas submetidas a ensaios triaxiais drenados. A estratégia adotada combina pré-treinamento com dados sintéticos gerados pelo modelo constitutivo de Machado *et al*. (2002, 2024), seguido de ajuste fino (*fine-tuning*) com dados experimentais de ensaios triaxiais. A rede neural, composta por uma camada de entrada com 4 variáveis, três camadas ocultas com 256, 128 e 64 neurônios, e uma camada de saída com 3 variáveis (arquitetura 4-256-128-64-3), recebe como entrada a tensão de confinamento, o teor e comprimento da fibra e a deformação axial, prevendo diretamente a tensão desviadora, a tensão média efetiva e a deformação volumétrica. Os resultados demonstram que o modelo proposto é capaz de prever curvas tensão-deformação completas de ensaios nunca vistos durante o treinamento, atingindo coeficientes de determinação globais de 0,988 para a tensão desviadora, 0,995 para a tensão média efetiva e 0,920 para a deformação volumétrica. O ganho proporcionado pelo ajuste fino é evidenciado pela melhoria expressiva nas métricas em relação ao modelo apenas pré-treinado, validando a estratégia de transferência de aprendizado.

PALAVRAS-CHAVE: Redes Neurais Artificiais, Modelo Constitutivo, Solo Reforçado com Fibras, Transferência de Aprendizado, Ensaio Triaxial.

ABSTRACT: This paper presents a constitutive model based on Multilayer Perceptron (MLP) artificial neural networks for predicting the mechanical behavior of fiber-reinforced sands under drained triaxial tests. The adopted strategy combines pre-training with synthetic data generated from the constitutive model by Machado *et al*. (2002, 2024), followed by fine-tuning with experimental triaxial test data. The neural network consists of an input layer with 4 variables, three hidden layers with 256, 128, and 64 neurons, and an output layer with 3 variables (4-256-128-64-3 architecture), receiving confining pressure, fiber content, fiber length, and axial strain as inputs, directly predicting deviatoric stress, mean effective stress, and volumetric strain. Results demonstrate that the proposed model can predict complete stress-strain curves for tests never seen during training, achieving global coefficients of determination of 0.988 for deviatoric stress, 0.995 for mean effective stress, and 0.920 for volumetric strain. The improvement provided by fine-tuning is evidenced by significant metric gains compared to the pre-trained-only model, validating the transfer learning strategy.

KEYWORDS: Artificial Neural Networks, Constitutive Model, Fiber-Reinforced Soil, Transfer Learning, Triaxial Test.

1 INTRODUÇÃO

O reforço de solos com fibras poliméricas tem se consolidado como uma técnica promissora na engenharia geotécnica, proporcionando melhorias significativas na resistência ao cisalhamento e na ductilidade de solos arenosos. A inclusão aleatória de fibras no solo promove uma distribuição mais uniforme

das tensões e restringe a formação de planos preferenciais de ruptura, resultando em um comportamento mais isotrópico do compósito solo-fibra (Diambra *et al*., 2010).

A modelagem constitutiva de solos reforçados com fibras representa um desafio considerável, uma vez que o comportamento mecânico do compósito depende de múltiplos fatores, como o teor e o comprimento das fibras, a tensão de confinamento e o índice de vazios inicial. Modelos constitutivos clássicos, como o Cam-Clay Modificado, têm sido adaptados para incorporar o efeito das fibras (Diambra *et al*., 2013), porém requerem calibração cuidadosa de parâmetros e podem apresentar limitações na representação de comportamentos complexos, como a transição entre contração e dilatância volumétrica.

Nesse contexto, as redes neurais artificiais (RNA) têm emergido como uma alternativa robusta para a modelagem de materiais geotécnicos. A capacidade das RNA de aproximar funções não lineares arbitrárias as torna adequadas para capturar relações complexas entre variáveis de estado e variáveis de resposta do solo. A aplicação de aprendizado de máquina tem se mostrado uma ferramenta poderosa na engenharia geotécnica desde os trabalhos pioneiros para a previsão de comportamento e resposta de solos em diferentes contextos (Ghaboussi *et al.*, 1991; Goh, 1994; Cabalar *et al.*, 2012). Mais recentemente, essas abordagens vêm sendo aplicadas com sucesso para capturar a complexidade da interação matriz-inclusão e prever parâmetros mecânicos, como resistência ao cisalhamento e rigidez, especificamente em solos reforçados com fibras (Chou *et al.*, 2016; Al-Janabi *et al.*, 2023).

Um desafio recorrente na aplicação de RNA à modelagem constitutiva é a escassez de dados experimentais, uma vez que ensaios triaxiais são custosos e demorados. A técnica de transferência de aprendizado (*transfer learning*) oferece uma solução para esse problema, permitindo que uma rede pré-treinada com dados sintéticos abundantes seja refinada com um conjunto menor de dados experimentais (Pan e Yang, 2010). Essa estratégia combina o conhecimento prévio do modelo numérico com a fidelidade dos dados laboratoriais.

O presente trabalho propõe um modelo constitutivo baseado em uma rede neural do tipo *Multilayer Perceptron* (MLP) para a previsão do comportamento mecânico de areias reforçadas com fibras poliméricas. A metodologia emprega um *pipeline* de treinamento em duas fases: pré-treinamento com dados sintéticos gerados a partir da formulação elasto-plástica proposta por Machado *et al.* (2002) e validada para solos reforçados por Machado *et al.* (2024), seguido de ajuste fino com dados experimentais de ensaios triaxiais drenados. A validação é realizada por meio da previsão de curvas tensão-deformação de ensaios completos reservados exclusivamente para teste, não utilizados em nenhuma etapa do treinamento.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 Dados Sintéticos

Os dados sintéticos foram gerados a partir de simulações numéricas de ensaios triaxiais drenados. O arcabouço matemático utilizado baseia-se no framework elasto-plástico proposto por Machado *et al*. (2002), incorporando as adaptações para a inclusão de fibras descritas em Machado *et al*. (2024). A formulação constitutiva emprega a teoria do Cam-Clay Modificado como estrutura matemática de base.

Os parâmetros do modelo numérico foram calibrados utilizando os ensaios de Conceição *et al.* (2022) como referência. Foram simuladas 42 trajetórias de carregamento, combinando seis tensões de confinamento (50, 100, 150, 200, 250 e 300 kPa) com sete configurações de reforço: uma sem fibras e seis com fibras (teores de 0,5% e 1,0%, comprimentos de 12,5, 25 e 51 mm). Após a remoção de pontos sem variação de tensão ou deformação, o conjunto de dados sintéticos totaliza 8.887 pontos.

2.2 Dados Experimentais

Os dados experimentais foram obtidos a partir de ensaios triaxiais drenados conduzidos por Conceição *et al.* (2022) em areia uniforme reforçada com fibras de polipropileno, com teor de fibra fixado em 1,0%. Foram realizados 12 ensaios, combinando quatro tensões de confinamento (50, 100, 200 e 300 kPa) com três comprimentos de fibra (12,5, 25 e 51 mm). Após o tratamento dos dados, que incluiu a remoção de pontos inconsistentes e a filtragem de ruídos de medição, o conjunto experimental final totalizou 551 pontos.

2.3 Estratégia de Validação

Para garantir uma validação cientificamente rigorosa, adotou-se a estratégia de validação *leave-one-out* (exclusão de ensaios completos), na qual três ensaios experimentais foram integralmente reservados para validação, sendo excluídos de qualquer etapa do treinamento. Dessa forma, o modelo é avaliado em condições nunca vistas, garantindo uma medida realista de sua capacidade de generalização. Os ensaios selecionados abrangem diferentes condições de confinamento e comprimento de fibra, conforme apresentado na Tabela 1. Os nove ensaios restantes (413 pontos) foram utilizados no ajuste fino.

Tabela 1. Ensaios experimentais reservados para validação.

Ensaio	σ_3 (kPa)	L (mm)	Pontos
1	50	25,0	48
2	200	51,0	43
3	300	12,5	47

2.4 Sequência de Treinamento

O treinamento segue uma sequência em duas fases. Na Fase 1 (pré-treinamento), a rede é treinada com os 8.887 pontos sintéticos utilizando o otimizador Adam (Kingma e Ba, 2015), com taxa de aprendizado inicial de 10^{-3} e redução automática quando a função de perda estagna, por até 500 épocas. Adota-se o critério de parada antecipada (*early stopping*), que interrompe o treinamento caso não haja melhoria na função de perda de validação após 40 épocas consecutivas, evitando o sobreajuste aos dados de treino. O objetivo é que a rede aprenda os padrões constitutivos gerais do modelo de Machado *et al.* (2024).

Na Fase 2 (ajuste fino), os pesos pré-treinados são refinados com os 413 pontos experimentais de treino. Emprega-se uma estratégia de liberação progressiva das camadas, na qual os parâmetros da rede são ajustados de forma gradual e controlada.

Inicialmente, apenas os parâmetros da camada de saída são atualizados, mantendo-se fixos os pesos das camadas anteriores (Fase A, épocas 1-30). Em seguida, libera-se o ajuste das duas últimas camadas (Fase B, épocas 31-60), depois das três últimas (Fase C, épocas 61-100) e, por fim, toda a rede tem seus parâmetros ajustados simultaneamente (Fase D, a partir da época 101), com taxas de aprendizado progressivamente menores a cada fase. Essa abordagem gradual evita o esquecimento catastrófico, fenômeno em que o ajuste fino com novos dados sobrescreve o conhecimento adquirido no pré-treinamento.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Histórico de Treinamento

A Figura 1 apresenta a evolução da função de perda (*loss function*) ao longo das épocas de treinamento nas duas fases do processo. A função de perda é uma métrica que quantifica o erro quadrático médio entre as previsões da rede neural e os valores reais, sendo que valores menores indicam melhor ajuste do modelo aos dados. O gráfico exibe tanto a perda calculada sobre o conjunto de treinamento quanto sobre o conjunto de validação, permitindo avaliar a capacidade de generalização da rede.

Na Fase 1 (pré-treinamento), o erro nos dados sintéticos decresce rapidamente nas primeiras épocas, indicando a assimilação eficiente dos padrões da formulação de Machado *et al.* (2024). Em contrapartida, o erro de validação estabiliza-se em um patamar superior, evidenciando as limitações do modelo analítico em reproduzir fielmente as complexidades experimentais. Assim, a Fase 1 foi interrompida na época 51 pelo critério de parada antecipada (*early stopping*), após 40 épocas sem melhoria significativa na validação.

Na Fase 2 (ajuste fino), tanto o erro de treino quanto o de validação decrescem de forma consistente ao longo das fases de liberação progressiva das camadas (indicadas no gráfico como Fases A, B, C e D). É notável que a redução no erro de validação acompanha a redução no erro de treino, evidenciando que a rede se adapta efetivamente aos dados experimentais sem perder a capacidade de generalização para ensaios não vistos. A

ausência de divergência entre as curvas de treino e validação demonstra que não houve sobreajuste (*overfitting*) aos dados de treinamento, validando a eficácia da estratégia de liberação progressiva e das taxas de aprendizado decrescentes empregadas.

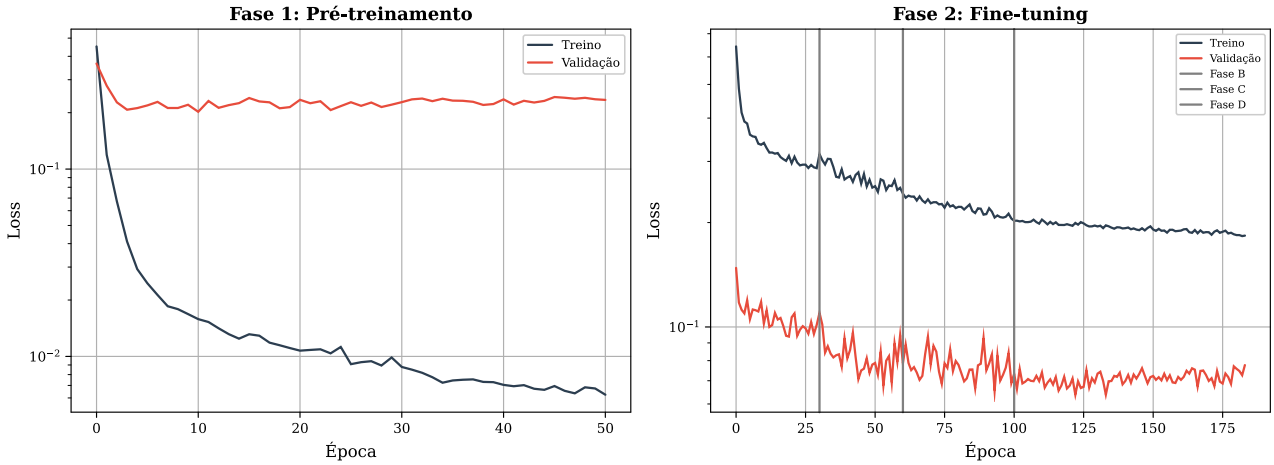


Figura 1. Histórico de treinamento: Fase 1 (pré-treinamento com dados sintéticos) e Fase 2 (ajuste fino com dados experimentais, com indicação das fases de liberação progressiva).

3.2 Curvas Tensão-Deformação

A Figura 2 apresenta as curvas de validação para os três ensaios reservados. Na linha superior, são exibidas as curvas de evolução da tensão desviadora com a deformação axial (εa, q), e na linha inferior, as curvas de variação da deformação volumétrica com a deformação axial (εa, εv). Em cada gráfico, são comparadas quatro curvas: os dados experimentais (pontos pretos), a resposta do modelo de Machado *et al*. (2024) (verde, traço-ponto), a previsão da RNA apenas com pré-treinamento (cinza tracejado) e a previsão após o ajuste fino (vermelho).

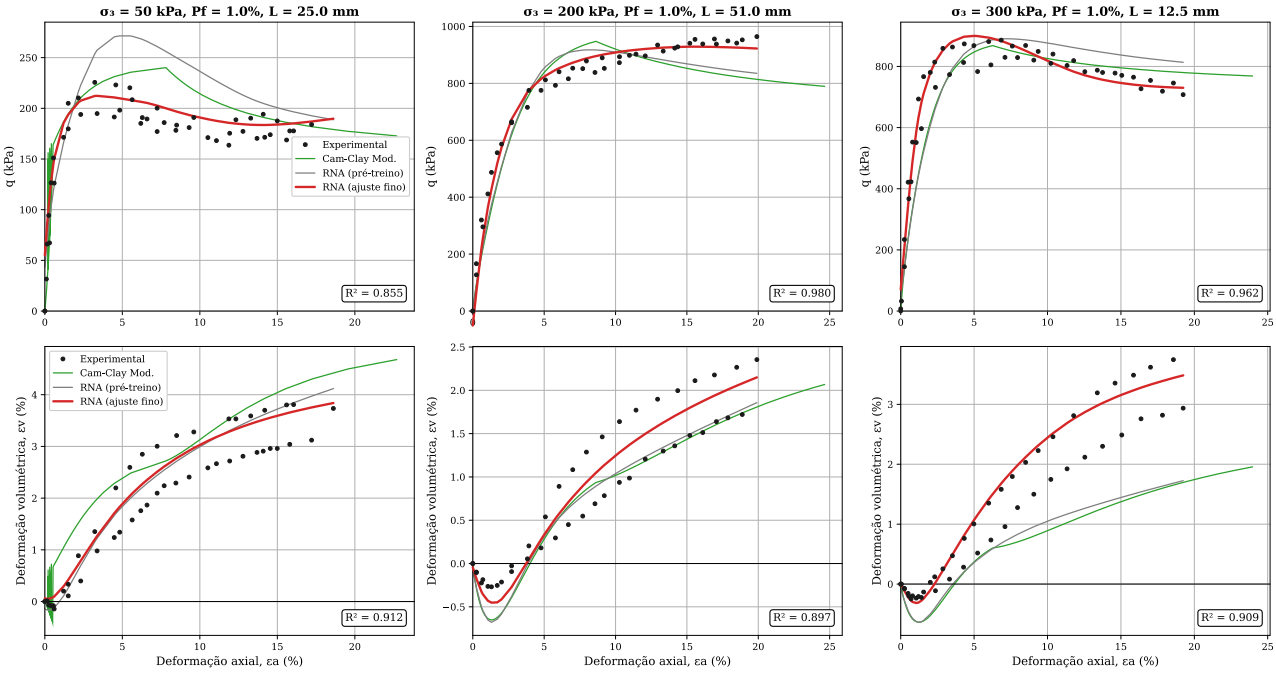


Figura 2. Curvas de validação: tensão desviadora q versus deformação axial εa (superior) e deformação volumétrica εv *versus* deformação axial εa (inferior) para os três ensaios de validação.

A qualidade das previsões é avaliada pelo coeficiente de determinação (R^2), que varia de 0 a 1 e indica a proporção da variação dos dados experimentais que é explicada pelo modelo. Valores próximos a 1 representam previsões muito próximas dos dados reais, enquanto valores baixos indicam previsões insatisfatórias.

Para o ensaio com σ_3 = 200 kPa (R^2 = 0,980), o modelo apresenta boa concordância com os dados experimentais, reproduzindo adequadamente tanto o pico de resistência quanto o comportamento pós-pico. No ensaio com σ_3 = 300 kPa (R^2 = 0,962), a curva prevista acompanha adequadamente a tendência experimental, inclusive na região de amolecimento. O ensaio com σ_3 = 50 kPa apresenta o menor R^2 (0,855), o que se explica pela maior variabilidade experimental típica de baixos confinamentos e pelo comportamento de amolecimento mais acentuado.

Em relação às curvas de deformação volumétrica, o modelo captura adequadamente a transição entre contração inicial e dilatância subsequente em todos os três ensaios, com R^2 variando de 0,897 a 0,912. Esse comportamento não monotônico é particularmente desafiador para modelos de aprendizado de máquina e demonstra a eficácia do pré-treinamento com dados do modelo constitutivo, que fornece à rede o conhecimento prévio sobre os padrões de variação volumétrica.

3.3 Análise Global

A Figura 3 apresenta os diagramas de dispersão entre valores previstos e experimentais para a tensão desviadora (q) e a tensão média efetiva (p'). Os pontos distribuem-se próximos à linha de igualdade 1:1, com R^2 global de 0,988 para q e 0,995 para p'.

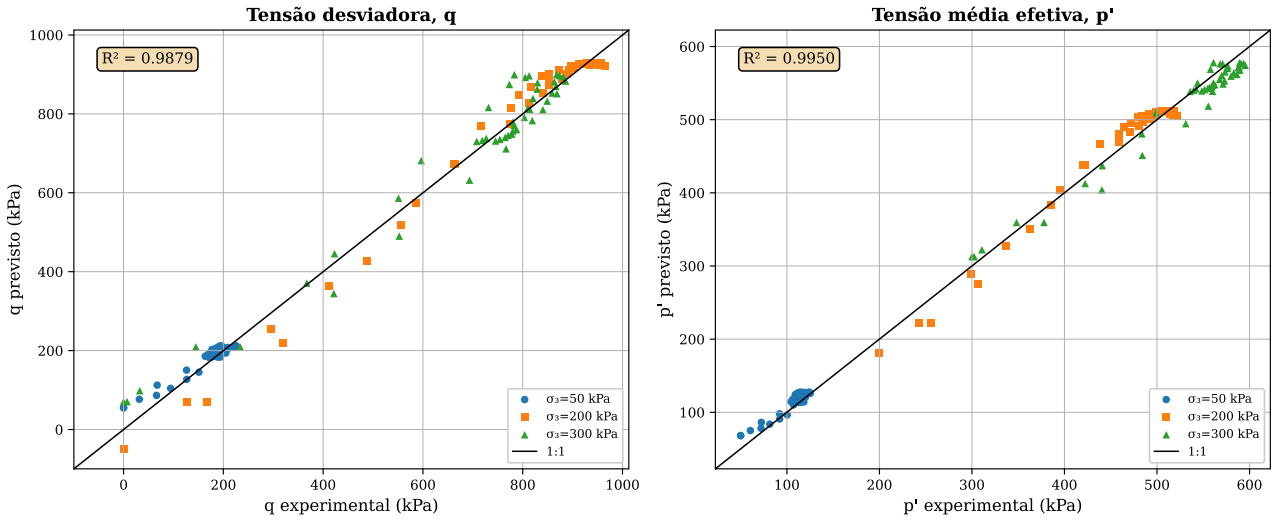


Figura 3. Diagramas de dispersão entre valores previstos e experimentais para tensão desviadora (q) e tensão média efetiva (p').

A Tabela 2 sintetiza as métricas de desempenho por ensaio de validação e globais. Destaca-se que o ajuste fino elevou o R^2 da deformação volumétrica de 0,754 (apenas pré-treinamento) para 0,920, demonstrando o ganho expressivo proporcionado pela transferência de aprendizado. As métricas para q e p' também apresentaram melhorias, passando de 0,949 para 0,988 e de 0,985 para 0,995, respectivamente.

Tabela 2. Métricas de desempenho do modelo (R^2) nos ensaios de validação.

Ensaio	R^2(q)	R^2(p')	R^2(εv)
σ_3=50 kPa, L=25,0 mm	0,855	0,732	0,912
σ_3=200 kPa, L=51,0 mm	0,980	0,972	0,897
σ_3=300 kPa, L=12,5 mm	0,962	0,956	0,909
Global	**0,988**	**0,995**	**0,920**

Os resultados indicam que a estratégia de transferência de aprendizado é particularmente eficaz quando aplicada com liberação progressiva, permitindo que as camadas iniciais da rede preservem os padrões constitutivos gerais aprendidos do modelo de Machado *et al*. (2024), enquanto as camadas finais se adaptam às especificidades dos dados experimentais. O modelo com ajuste fino supera consistentemente o modelo apenas pré-treinado em todas as métricas e ensaios avaliados.

4 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um modelo constitutivo baseado em redes neurais artificiais do tipo MLP para a previsão do comportamento de areias reforçadas com fibras poliméricas. Os resultados obtidos permitem as seguintes conclusões.

A estratégia de transferência de aprendizado, combinando pré-treinamento com dados sintéticos do modelo de Machado *et al*. (2024) e ajuste fino com dados experimentais, mostrou-se eficaz para superar a limitação de dados experimentais escassos, desafio recorrente na modelagem constitutiva de materiais geotécnicos. O ganho mais expressivo foi observado na previsão da deformação volumétrica, cujo R^2 passou de 0,754 para 0,920.

O modelo proposto é capaz de prever curvas tensão-deformação completas de ensaios nunca vistos durante o treinamento, com coeficientes de determinação superiores a 0,85 para a tensão desviadora e superiores a 0,89 para a deformação volumétrica em todos os ensaios de validação. As métricas globais atingem R^2 de 0,988 (q), 0,995 (p') e 0,920 (εv), demonstrando que redes neurais artificiais constituem uma ferramenta viável para a modelagem de solos reforçados com fibras, capturando fenômenos complexos como transição contração-dilatância e comportamento pós-pico.

A liberação progressiva das camadas da rede durante o ajuste fino demonstrou ser essencial para evitar o esquecimento catastrófico, permitindo que a rede preserve o conhecimento constitutivo geral do pré-treinamento enquanto se adapta às especificidades dos dados experimentais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Federal de Uberlândia (UFU) e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil pelo apoio institucional. O presente trabalho foi realizado com apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), por meio do Processo nº 134533/2025-9, e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), por meio do processo APQ-00990-22 (Edital N 001/2022).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Al-Janabi, A. M. A. *et al*. (2023) Prediction of Elastic Modulus for Fibre-Reinforced Soil-Cement Mixtures: A Machine Learning Approach. *Applied Sciences*, 13(4), 2345.

Cabalar, A.F., Cevik, A., Gokceoglu, C. (2012) Some applications of Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) in geotechnical engineering. *Computers and Geotechnics*, 40, p.14-33.

Chou, J.-S., Yang, K.-H., Lin, J.-Y. (2016) Peak shear strength of discrete fiber-reinforced soils computed by machine learning and metaensemble methods. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 30(6), 04016036.

Conceição, M.P.S., Carvalho, M.F., Machado, S.L. (2022) Análise do comportamento tensão-deformação de uma areia uniforme reforçada com fibra polimérica. In: Anais do XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica (COBRAMSEG), Campinas, SP, 23-26 agosto. DOI: 10.4322/cobramseg.2022.0950.

Diambra, A., Ibraim, E., Muir Wood, D., Russell, A.R. (2010) Fibre reinforced sands: experiments and modelling. *Geotextiles and Geomembranes*, 28(3), p.238-250.

Diambra, A., Ibraim, E., Muir Wood, D. (2013) Fibre reinforced sands: from experiments to modelling and beyond. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(13), p.2427-2455.

Ghaboussi, J., Garrett, J.H., Wu, X. (1991) Knowledge-based modeling of material behavior with neural networks. *Journal of Engineering Mechanics*, 117(1), p.132-153.

Goh, A.T.C. (1994) Seismic liquefaction potential assessed by neural networks. *Journal of Geotechnical Engineering*, 120(9), p.1467-1480.

Kingma, D.P., Ba, J. (2015) Adam: A method for stochastic optimization. In: International Conference on Learning Representations (ICLR), San Diego. *Proceedings...* p.1-15.

Machado, S.L., Carvalho, M.F., Vilar, O.M. (2002) Constitutive model for municipal solid waste. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 128(11), p.940-951.

Machado, S.L., Vilar, O.M., Carvalho, M.F., Karimpour-Fard, M., Pinto, C.M.T., Conceição, M.P.S. (2024) Modeling the mechanical behaviour of fibre reinforced sands. *Geomechanics and Geoengineering*. DOI: 10.1080/17486025.2024.2319619.

Pan, S.J., Yang, Q. (2010) A survey on transfer learning. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 22(10), p.1345-1359.