

DOI: 10.47094/COBRAMSEG2024/548

## Interpretação de Ensaios de Carregamento Dinâmico com Aplicação de Análise Bayesiana: Caso de Estacas Metálicas Cravadas no Rio de Janeiro

Caio Duque Estrada Amendola  
Engenheiro Civil, Progen, Rio de Janeiro, Brasil, caiodeamendola@gmail.com

João Pedro Campos Pinto  
Gerente Regional, DYWIDAG, Rio de Janeiro, Brasil, jpcpgeotecnia@gmail.com

**RESUMO:** A interação entre fundações profundas e as condições geológicas-geotécnicas de uma determinada região é fundamental para o desenvolvimento e execução adequada de projetos de Geotecnia. Grande parte da dubiedade inerente à concepção e execução destes tipos de estrutura está relacionada ao uso de metodologias determinísticas em fase de projeto, aliado às incertezas oriundas das sondagens de simples reconhecimento com SPT. O objetivo do trabalho visa contribuir ao estudo da confiabilidade de estacas metálicas, executadas em loteamentos adjacentes na Região da Zona Oeste do Rio de Janeiro, ensaiadas através de ensaios de carregamento dinâmico (ECD). O conjunto de dados utilizado foi composto por: projeto de estaqueamento, boletins de sondagem de simples reconhecimento associadas ao SPT e relatórios dos ECD. O cálculo da capacidade de carga geotécnica (com e sem a consideração do embuchamento) foi realizado pelos métodos estáticos semiempíricos de Aoki e Velloso (1975) e Décourt e Quaresma (1978, 1982). Aplicou-se a análise bayesiana, considerando como função “a priori” os métodos semiempíricos supracitados, e como função de verossimilhança o comportamento obtido na análise CAPWAP realizada no ECD, visando a atualização e verificação da qualidade dos dados “a posteriori”. Também foi avaliado o indicador de falha “D”, comparando-os com resultados de literatura. Os resultados apresentaram coerência com estudos pretéritos realizados no Rio de Janeiro, de maneira similar à proposta realizada no presente trabalho. A posterior calibração dos parâmetros dos modelos matemáticos adotados como estimativa “a priori” possui valor prático de elevada relevância para otimização técnica-financeira dos projetos e obras de fundações na região.

**PALAVRAS-CHAVE:** Análise Bayesiana, Estacas Metálicas, Ensaio de Carregamento Dinâmico.

**ABSTRACT:** The interaction between deep foundations and the geological-geotechnical conditions of a given region is fundamental for the development and adequate execution of Geotechnical projects. Most of the uncertainty inherent in the design and evaluations of deep foundations is related to the use of deterministic approaches, combined with the uncertainties arising from field tests. This article aims to contribute to the study of the reliability of steel piles, by analyzing a few piles executed in the West Zone of Rio de Janeiro, tested through dynamic control methods. The data set used was composed of foundation's project and field tests reports. The estimates of load capacity by two methods (with and without consideration of bushing) – Aoki and Velloso (1975) and Décourt and Quaresma (1978, 1982) – and their comparison with the Dynamic Loading Tests are presented. Additionally, to verify the peculiarities of two semi-empirical methods, based on SPT results and assumed as prior distributions, the concepts of Bayesian analysis are used to estimate the subsequent updates of the pile load capacity, adopting as a likelihood function the results of the dynamic load tests interpreted by the CAPWAP computational tool. The article also discusses the failure indicator “D” in comparison with literature results. The subsequent calibration of the mathematical models' parameters, used as a prior estimation, suggests a practical value of great relevance for technical and financial optimization of the projects and foundations works.

**KEYWORDS:** Bayesian Theory, Steel Piles, Dynamic Loading Test.

## 1 INTRODUÇÃO

A interação entre fundações profundas e as condições geológicas-geotécnicas de uma determinada região é fundamental para o desenvolvimento e execução adequada de projetos de Geotecnia. As incertezas relacionadas à concepção e execução de fundações estão atreladas ao uso de metodologias determinísticas em fase de projetos, usualmente interpretadas através de ensaios de sondagens de simples reconhecimento com SPT. A capacidade de carga em estacas apresenta a influência de vários aspectos, a exemplo: característica dos solos, confiabilidade de informações, tempo de execução, dentre outros.

Considerando a enorme variabilidade de resultados habitualmente verificados em provas de carga executadas em estacas cravadas, o presente artigo tem por objetivo contribuir ao estudo da confiabilidade de dimensionamento, controle e verificação destas estruturas, por meio da Teoria de Bayes aplicado a fundações.

## 2 TEOREMA DE BAYES APLICADO À FUNDAÇÕES

Conforme Lacasse e Nadim (1994), a predição do desempenho de fundações não pode ser feita com precisão, tendo em vista a variabilidade das propriedades do solo, limitação de métodos de cálculo, incertezas nas cargas atuantes, dentre outros. Por intermédio do emprego de análises de confiabilidade, é possível ponderar as incertezas, atuando de maneira cabível para mitigar eventuais problemas.

A Análise Bayesiana, definida pelo conceito de probabilidade condicional, pode ser aplicada na engenharia de fundações para atualização de parâmetros relacionados à resistência do solo. Com essa finalidade, a metodologia assume que os parâmetros da distribuição probabilística são variáveis randômicas. Para caracterização da incerteza dos parâmetros, assume-se as distribuições “a priori” e “a posteriori” como modelos.

O Teorema de Bayes, segundo Pacheco (2007), promove elevada serventia em aplicações de Engenharia e considera a regra da multiplicação, como mostra a equação (1).

$$p(A_i/B) = \frac{p(B/A_i) \cdot p(A_i)}{\sum_{i=1}^m p(B/A_i) \cdot p(A_i)} \quad (1)$$

onde:

$p(A_i/B)$ : probabilidade condicional de ocorrência do evento  $A_i$ , dado que o evento B ocorreu, também chamada de probabilidade posterior (ou “a posteriori”);

$p(B/A_i)$ : probabilidade condicional de ocorrência do evento B dado que o evento  $A_i$  ocorreu, que representa a nova informação (ou função de verossimilhança);

$p(A_i)$ : probabilidade de ocorrer o evento  $A_i$ , chamada também de probabilidade anterior, ou “a priori”.

Para obtenção da distribuição “a posteriori”, o Teorema de Bayes considera a estimativa da distribuição “a priori” e a confronta com a distribuição da função de verossimilhança. Lacasse et al. (1991) e Lacasse Goulois (1989) fundamentaram-se na Análise Bayesiana, desenvolvendo as equações (2) e (3) que possibilitam o cálculo da estimativa do valor expectável e da variância da atualização da resistência do solo no decorrer da cravação.

$$\mu_Q = \frac{\sigma_Q^{2L} \cdot \mu_Q^P + \sigma_Q^{2P} \cdot \mu_Q^L}{\sigma_Q^{2L} + \sigma_Q^{2P}} \quad (2)$$

$$\sigma_Q^2 = \frac{\sigma_Q^{2L} \cdot \sigma_Q^{2P}}{\sigma_Q^{2L} + \sigma_Q^{2P}} \quad (3)$$

sendo:

$\mu_Q$ : valor da resistência atualizada das estacas ensaiadas, obtida “a posteriori”;

$\mu_Q^P$  e  $\mu_Q^L$ : respectivamente, o valor da resistência estimada pelos métodos de capacidade de carga, “a priori”, e aquela obtida a partir das provas de carga, função de verossimilhança;

$\sigma_Q^2$ : variância da distribuição atualizada da resistência das estacas ensaiadas, “a posteriori”;

$\sigma_Q^{2L}$  e  $\sigma_Q^{2P}$ : variâncias da distribuição prevista pelos métodos de capacidade de carga, “a priori”, e a partir das provas de carga, função de verossimilhança, respectivamente.

### 3 INDICADOR DE FALHA (D)

A verificação da qualidade das atualizações provenientes da aplicação da Teoria Bayesiana pode ser realizada através do indicador de falha (D), conforme descrito por Guttormsen (1987). Para tal, realiza-se a diferença entre a estimativa “a priori” e a função de verossimilhança, normalizando-a com relação à raiz quadrada da soma da variância da estimativa “a priori” e da obtida por intermédio da função de verossimilhança, conforme equação (4).

$$D = \frac{\mu_Q^L - \mu_Q^P}{\sqrt{(\sigma_Q^{2L} + \sigma_Q^{2P})}} \quad (4)$$

onde:

- $\mu_Q^L$ : valor da resistência mobilizada obtida pela função de verossimilhança;
- $\mu_Q^P$ : valor da resistência mobilizada pela estimativa “a priori”;
- $\sigma_Q^{2L}$ : variância da distribuição de verossimilhança;
- $\sigma_Q^{2P}$ : variância da distribuição “a priori”.

Os valores de D são citados por Guttormsen (1987):

- Valores de D iguais a zero indicam que a estimativa “a priori” e a obtida da função de verossimilhança são iguais. Neste caso, a atualização somente poderá reduzir a estimativa “a posteriori” da variância.
- Valores de D entre  $\pm 1,5$  indicam uma atualização satisfatória da resistência mobilizada durante a cravação.
- Valores de D positivos indicam que a estimativa “a posteriori” será superior àquela obtida “a priori”, já valores de D negativos indicam que será inferior.

### 4 CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

O objeto do presente estudo é composto por estacas metálicas, executadas em loteamentos adjacentes na Região da Zona Oeste do Rio de Janeiro. Neste estaqueamento foram realizados dez ensaios de carregamento dinâmico (ECD) para controle e verificação da obra.

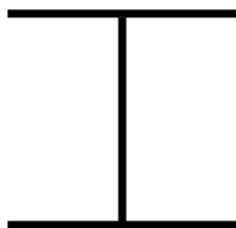
Segundo o mapeamento do Serviço Geológico do Brasil (CPRM, 2016), a região estudada é formada pelo Complexo Rio Negro e Corpo Leucogranito da Pedra Branca, com rochas ígneas e metamórficas, além de depósitos aluvionares recentes, constituídos por sedimentos nas margens, barras arenosas, planícies de inundações e fundos de canais, como também, areais, cascalheiras, argilas e siltes provenientes de transporte e deposição.

Foram executadas cinco sondagens a percussão e duas sondagens rotativas, apresentando resultados condizentes com a interpretação geológica citada no parágrafo anterior. Verificou-se a predominância de solos residuais arenossiltosos e siltoarenosos, como também, substratos superficiais argiloarenosos, de características sedimentares.

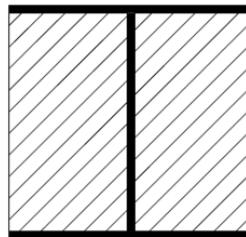
### 5 METODOLOGIA

Inicialmente, para o desenvolvimento do presente artigo utilizou-se o conjunto de dados composto por: projetos de estaqueamento, boletins de sondagem de simples reconhecimento associadas ao SPT e relatórios dos Ensaios de Carregamento Dinâmico (ECD).

Para estimativa da capacidade de carga geotécnica das estacas ensaiadas foram adotados os métodos estáticos semiempíricos de Aoki e Velloso (1975) e Décourt e Quaresma (1978, 1982). Para ambos os métodos considerou-se dois cenários distintos para a resistência de ponta da estaca, vide Figura 1: (i) com a formação de bucha completa; (ii) sem a sua formação; conforme descrito Paikowsky e Whitman (1990).



(a) Sem a consideração de embuchamento na ponta



(b) Com a consideração de embuchamento total na ponta

Figura 1. Considerações de embuchamento nas estacas estudadas.

Em seguida, aplicou-se a Análise Bayesiana, considerando como função “a priori” os métodos semiempíricos já citados, e como função de verossimilhança os resultados da análise CAPWAP realizada no ECD, visando a atualização e verificação da qualidade dos dados “a posteriori”.

Ademais, verificou-se o coeficiente de variação das funções *a priori*, verossimilhança e *a posteriori*, para os dois métodos semiempíricos e considerando ou não o embuchamento da ponta da estaca. A Figura 2 ilustra, conforme Guttormsen (1987), a metodologia empregada em fundações.

Por fim, foi avaliado o indicador de falha “D”, proposto por Guttormsen (1987), o qual possibilita a avaliação da qualidade do resultado calculado, utilizando a estimativa “a priori” e a função de verossimilhança.

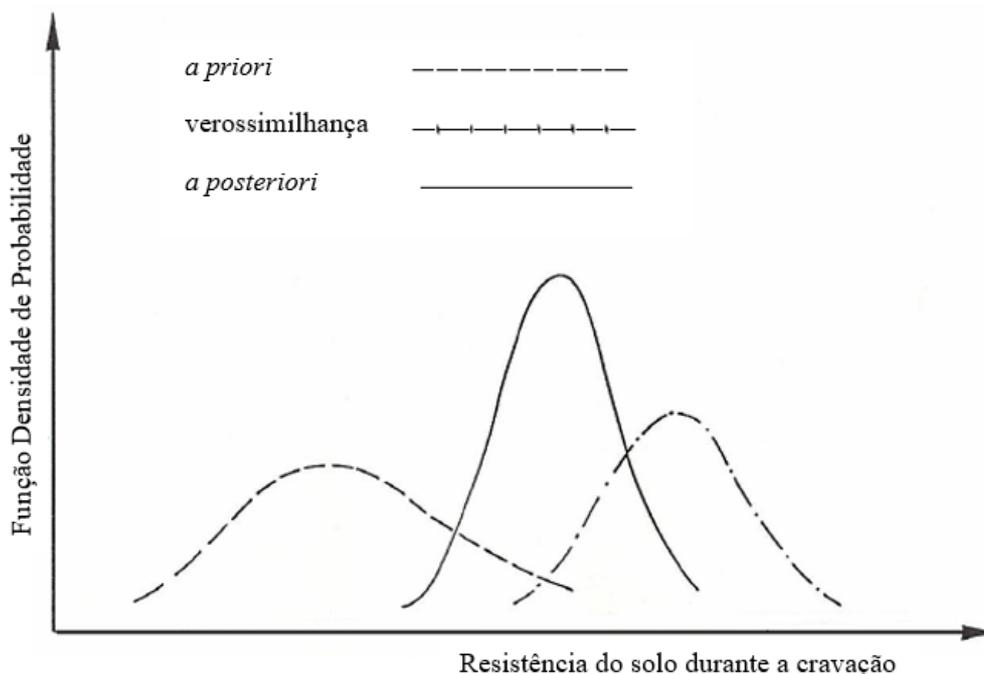


Figura 2. Relação entre as funções aplicadas com a Teoria de Bayes (CABRAL, 2008).

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 3 mostra um comparativo das estimativas “a priori” de capacidade de carga total geotécnica pelos métodos estáticos semiempíricos de Aoki e Velloso (1975) e Décourt e Quaresma (1978, 1982), com e sem a consideração de embuchamento da ponta da estaca, e os resultados da análise CAPWAP do Ensaio de Carregamento Dinâmico (ECD).

Percebe-se que todas as estimativas com a consideração de bucha total na ponta conduziram a valores superiores ao obtido no ECD. Além disso, para todas as estacas, os valores estimados pelo método de Aoki e Velloso (1975) considerando embuchamento foram os mais elevados.

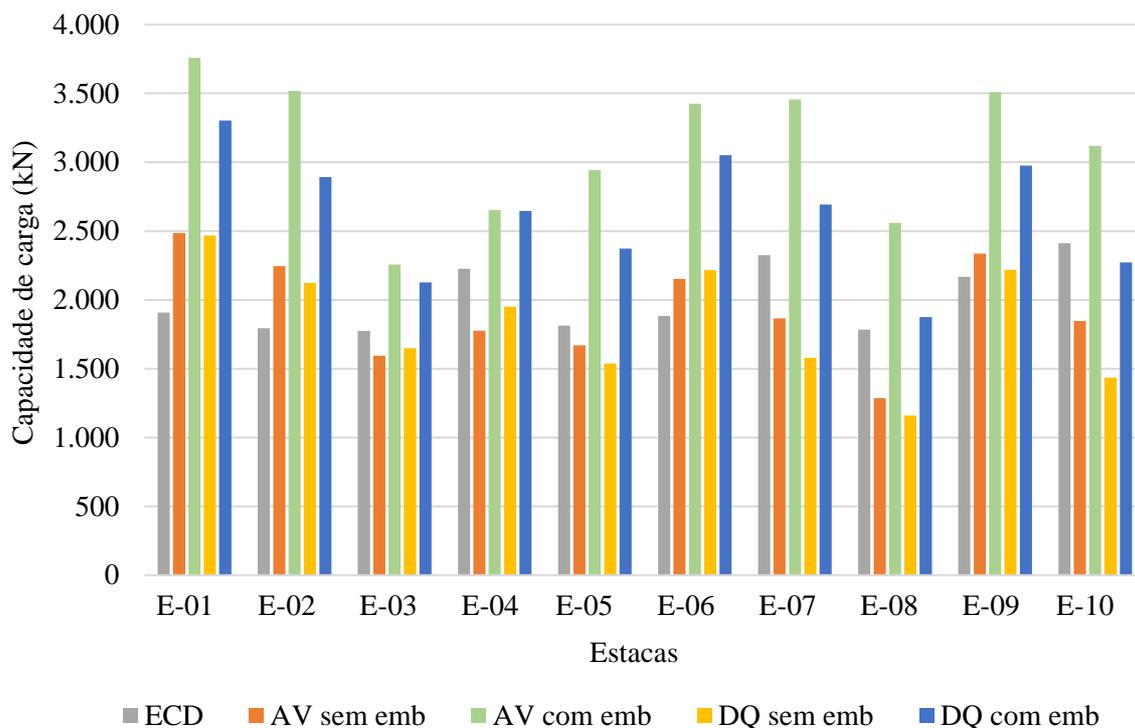


Figura 3. Estimativas de capacidade de carga total geotécnica pelos métodos semiempíricos, com e sem a consideração de embuchamento da ponta, e resultados da análise CAPWAP do ECD.

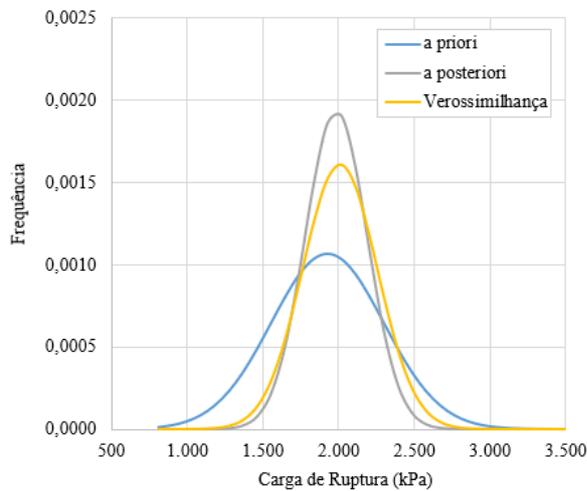
A Tabela 1, por sua vez, apresenta as informações gerais das estacas, os resultados da análise CAPWAP do ECD e as estimativas de capacidade de carga total geotécnica pelos métodos estáticos semiempíricos. Os comprimentos cravados variaram entre 9,0 e 15,0 metros.

Tabela 1. Informações gerais das estacas, resultados da análise CAPWAP do ECD e estimativas de capacidade de carga total geotécnica pelos métodos semiempíricos.

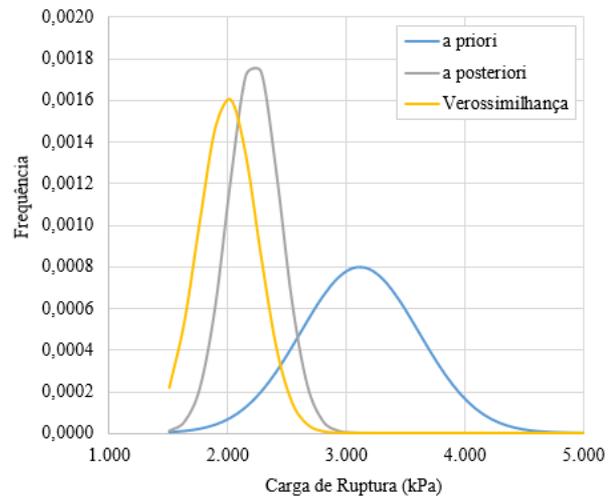
Tipo de estaca	Estaca	Comp. (m)	ECD (kN)	A e V s/ emb. (kN)	A e V c/ emb. (kN)	D e Q s/ emb. (kN)	D e Q c/ emb. (kN)
Estacas metálicas	E-01	14,0	1.907	2.486	3.759	2.467	3.302
	E-02	14,0	1.795	2.246	3.519	2.124	2.892
	E-03	12,0	1.775	1.595	2.257	1.649	2.128
	E-04	12,0	2.226	1.777	2.652	1.950	2.646
	E-05	10,0	1.814	1.670	2.942	1.538	2.373
Perfil HP250x62	E-06	13,0	1.883	2.152	3.425	2.215	3.051
	E-07	9,0	2.324	1.866	3.457	1.579	2.693
	E-08	11,0	1.785	1.287	2.560	1.161	1.876
	E-09	15,0	2.167	2.337	3.508	2.219	2.976
	E-10	10,0	2.412	1.846	3.119	1.436	2.272

LEGENDA: A e V = Aoki e Velloso (1975), D e Q = Décourt e Quaresma (1978, 1982).

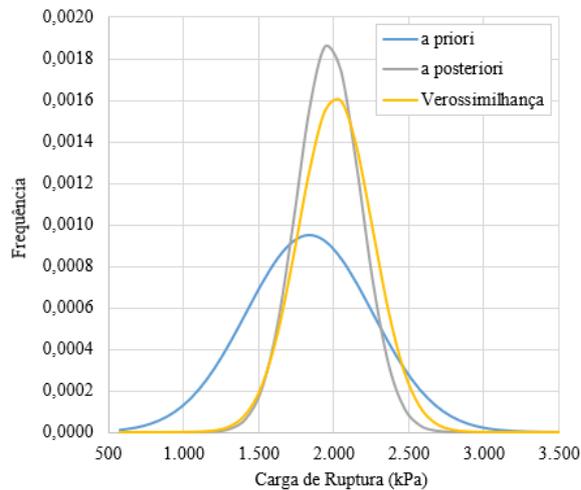
A análise dos itens (a) e (c) da Figura 4 indica que os métodos de Aoki-Velloso (1975) e Décourt e Quaresma (1978, 1982), analisado como estimativa “a priori” e sem a consideração de bucha total na ponta (curvas em azul), forneceram valores a favor da segurança, demonstrando capacidades de carga inferiores aos resultados da função de verossimilhança (curvas em amarelo). Por outro lado, os itens (b) e (d), cujas análises compreendem a consideração de embuchamento, apresentaram valores de estimativa “a priori” superiores à média da distribuição de verossimilhança.



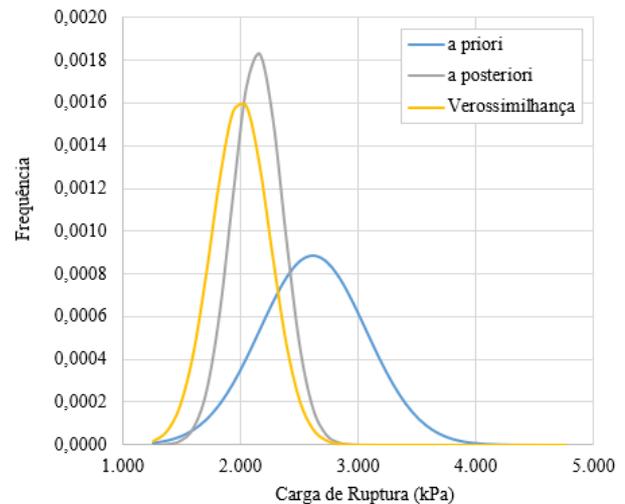
(a) A e V (1975) sem embuchamento



(b) A e V (1975) com embuchamento



(c) D e Q (1978, 1982) sem embuchamento



(d) D e Q (1978, 1982) com embuchamento

Figura 4. Distribuições normais realizadas considerando os métodos de Aoki e Velloso (1975) e Décourt e Quaresma (1978, 1982), com ou sem a consideração de embuchamento, como estimativas *a priori*, e as distribuições de verossimilhança e *a posteriori*.

A Tabela 2 apresenta um comparativo das médias, dos desvios padrão e dos coeficientes de variação das estimativas *a priori* pelos métodos adotados, para ambas as situações de embuchamento analisadas, da verossimilhança e da estimativa *a posteriori*.

Destaca-se que as diferenças dos valores das médias das estimativas *a priori* e da verossimilhança foram inferiores a -9% nos casos sem a consideração de embuchamento, ao passo que esta diferença foi de até +56% com a consideração de tal fenômeno. Já os desvios padrão e os coeficientes de variação reduziram das distribuições *a priori*, para a verossimilhança e para as distribuições *a posteriori*, isto é, demonstrando uma maior confiabilidade, devido à menor variância.

Os ajustes realizados na atualização da capacidade de carga permitiram reduzir os coeficientes de variação obtidos nas estimativas “*a priori*”, de 0,16 a 0,23, para 0,10 nas estimativas “*a posteriori*”, ou seja, redução de até 53%.

Tabela 2. Parâmetros das distribuições *a priori*, verossimilhança e *a posteriori* para os métodos adotados.

Método	Distribuição	Média $\mu$ (kN)	Desvio Padrão $\sigma$ (kN)	Coefficiente de variação $\sigma/\mu$
A e V sem embuchamento	a priori	1.926	373	0,19
	Verossimilhança	2.009	247	0,12
	a posteriori	1.984	206	0,10
A e V com embuchamento	a priori	3.120	498	0,16
	Verossimilhança	2.009	247	0,12
	a posteriori	2.228	221	0,10
D e Q sem embuchamento	a priori	1.834	420	0,23
	Verossimilhança	2.009	247	0,12
	a posteriori	1.964	213	0,11
D e Q com embuchamento	a priori	2.621	452	0,17
	Verossimilhança	2.009	247	0,12
	a posteriori	2.150	217	0,10

LEGENDA: A e V = Aoki e Velloso (1975), D e Q = Décourt e Quaresma (1978) e Décourt (1982).

A Tabela 3 exibe a comparação dos resultados obtidos dos indicadores de falha para as análises realizadas neste trabalho, considerando os dois métodos semiempíricos adotados, aplicados para as duas situações de embuchamento.

A interpretação demonstra a predominância de indicadores de falha dentro da faixa de valores recomendada (D entre  $\pm 1,5$ ) para os modelos de cálculo propostos, indicando uma atualização satisfatória da resistência mobilizada durante a cravação. A exceção se deu na estimativa pelo método de Aoki e Velloso (1975), para a situação com a consideração de embuchamento. Ressalta-se que valores de D positivos indicam que a estimativa “a posteriori” é superior àquela obtida “a priori”, já os valores de D negativos indicam o contrário.

Tabela 3. Comparação dos indicadores de qualidade das atualizações.

Distribuição	Índice de Falha D
A e V (1975) sem embuchamento	0,18
A e V (1975) com embuchamento	-2,00
D e Q (1978, 1982) sem embuchamento	0,36
D e Q (1978, 1982) com embuchamento	-1,36

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para os métodos estudados, verifica-se a predominância, nas distribuições “a priori”, de coeficientes de variação maiores para a consideração sem embuchamento, ratificados pelo maior grau de dispersão dos valores de estimativas de capacidade de carga, representado pelo desvio padrão. Na comparação entre os dois métodos avaliados, observa-se coeficientes de variação maiores para a proposição de Décourt e Quaresma (1978, 1982).

Quanto às estimativas “a posteriori”, os coeficientes de variação sempre apresentaram-se menores que os estimados na função “a priori”, como também aos observados a partir da função de verossimilhança, reduzindo a margem de incerteza inicialmente observada nas estimativas. Ainda no que tange os coeficientes de variação, para a distribuição “a posteriori” os valores calculados apresentaram-se praticamente similares.

A apreciação dos indicadores de falha assevera, no geral, a predominância de resultados satisfatórios, exceto na estimativa pelo método de Aoki e Velloso (1975), para a situação com a consideração de embuchamento, o qual apresentou-se ligeiramente fora da faixa de valores ideal.

Os resultados apresentaram coerência com estudos pretéritos realizados no Rio de Janeiro, de maneira similar à proposta realizada no presente trabalho, tal como apresentado por Cabral (2008) e Pinto (2018).

Por fim, a posterior calibração dos parâmetros dos modelos matemáticos adotados como estimativa “a priori” possui valor prático de elevada relevância para otimização técnica-financeira dos projetos e obras de fundações na região.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aoki, N.; Velloso, D. A. (1975) An approximate method to estimate the bearing capacity of piles. In: Pan. Conf. Soil Mech. Geot. Eng, Buenos Aires. *Proc.* , v.1, p. 367-376.
- Cabral, E. V. (2008) Contribuição à Confiabilidade de Estacas Cravadas através de um Estudo de Caso com Aplicação da Teoria Bayesiana. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia-UERJ, 136 p.
- Décourt, L., Quaresma, A. R. (1978) Capacidade de carga de estacas a partir de valores SPT. In: Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações, 6, Rio de Janeiro. *Anais*. Rio de Janeiro, v. 1, p. 45-54.
- Décourt, L. (1982) Prediction of the bearing capacity of piles based exclusively on N values of SPT. In: European Symposium of Penetration Test, 2, Amsterdam. *Proc.*, Amsterdam, v. 1, p. 29-34.
- Guttormsen, T. R. (1987). *Uncertainty in Offshore Geotechnical Engineering. Application of Bayesian Theory to Pile Driving Predictions*. Research Report Société Nationale Elf Aquitaine. NGI Report 85307-9.
- Pacheco, M. P. (2007). Notas de Aula do Curso de Métodos Probabilísticos em Geotecnia, UERJ.
- Paikowsky, S. G., Whitman, R. V. (1990) The Effects of Plugging on Pile Performance and Design. In: *Canadian Geotechnical Journal*, 27 (3), pp. 429-440.
- Pinto, J. P. C. (2018) *Contribuição à confiabilidade de estacas cravadas através da interpretação de provas de carga dinâmicas com aplicação da teoria bayesiana*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia / UERJ, 250 p.
- Lacasse, S., Goulois, A. (1989) Reliability Analysis of Axial Pile Capacity. Proceedings of the XII International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rio de Janeiro, *Anais*, Rotterdam.
- Lacasse, S., Nadim, F. (1994) *Reliability Issues and Future Challenges in Geotechnical Engineering for Offshore Structures*. NGI Publication, No 191, p. 1-30.
- Lacasse, S., Tan, A. H., Keaveny, J. M. (1991). Expert Assistant for Updating Axial pile Capacity from Pile Driving observations. Proc. Field Measurements in Geotechnics. Sorum, Balkema.
- Serviço Geológico do Brasil – CPRM (2016). *Geologia e Recursos Minerais do Rio de Janeiro*. Disponível em: < <https://geosgb.cprm.gov.br/> >. Acesso em: 09 abr. 2024.