XXII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
XI Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
24 a 28 de agosto de 2026 – Brasília/DF

DOI: 10.47094/COBRAMSEG2026.4/25

Análise Probabilística dos Efeitos do Ângulo de Atrito Interno e da Coesão na Estabilidade de Taludes

Thiago Ribeiro Dib
Engenheiro Civil, TBretas, Belo Horizonte, Brasil, thiago.dib@tbretas.com

Thiago Cruz Bretas
Diretor, TBretas Consultoria, Belo Horizonte, Brasil, tbretas@tbretas.com

Isabele Altoé Bissoli
Engenheira Civil, Ausenco, Belo Horizonte, Brasil, altoeisabele@gmail.com

Gabriel Mendes Cabral
Engenheiro Civil, TBretas, Belo Horizonte, Brasil, gabriel@tbretas.com

Pedro Bertunes de Oliveira
Engenheiro Civil, Walm BH Engenharia, Salvador, Brasil, pedrobertunes@yahoo.com.br

RESUMO: A estabilidade de taludes é fortemente controlada pelos parâmetros de resistência ao cisalhamento do critério de Mohr–Coulomb, especialmente o ângulo de atrito interno (ϕ) e a coesão (c). A incerteza na determinação desses parâmetros pode gerar variações relevantes no fator de segurança (FS) e na probabilidade de falha (Pf). Este trabalho apresenta um estudo metodológico aplicado a uma geometria real de corte rodoviário, idealizada como maciço homogêneo, com o objetivo de quantificar a influência relativa de ϕ e c sobre FS e Pf. As análises foram realizadas no software Slide2 por equilíbrio-limite (GLE/Morgenstern-Price), com busca de superfícies não circulares. Inicialmente, executou-se uma análise determinística de sensibilidade com variação individual de c e ϕ em torno dos valores médios (γ=18 kN/m³, c=16 kPa e ϕ=32°), resultando em FS mínimo determinístico de 1,13. Em seguida, realizou-se simulação de Monte Carlo (N=5000), adotando distribuição lognormal para c (COV=40%) e normal para ϕ (COV=10%). No cenário conjunto (c+ϕ), obteve-se Pf=17,76%. Nas simulações isoladas, Pf(ϕ)=9,38% e Pf(c)=6,78%, indicando maior contribuição relativa da incerteza em ϕ para a ocorrência de FS<1,0, além de efeito combinado relevante quando ambos os parâmetros variam simultaneamente.

PALAVRAS-CHAVE: estabilidade de taludes, análise probabilística, análise determinística, Monte Carlo, coesão, ângulo de atrito.

ABSTRACT: Slope stability is strongly governed by Mohr–Coulomb shear strength parameters, particularly the friction angle (ϕ) and cohesion (c). Uncertainty in these parameters may lead to significant changes in the factor of safety (FS) and the probability of failure (Pf). This paper presents a methodological study based on a real road-cut slope geometry, idealized as a homogeneous mass, aiming to quantify the deterministic and probabilistic influence of ϕ and c on FS and Pf. Analyses were performed in Slide2 using limit equilibrium (GLE/Morgenstern-Price) and a non-circular search strategy. Deterministic sensitivity was assessed by varying one parameter at a time around mean values (γ=18 kN/m³, c=16 kPa, ϕ=32°). Then, Monte Carlo simulation (N=5000) was conducted, adopting a lognormal distribution for c (COV=40%) and a normal distribution for ϕ (COV=10%). The base case yielded a deterministic minimum FS of 1.13. The combined probabilistic case (c+ϕ) resulted in Pf=17.76%. In isolated simulations, Pf(ϕ)=9.38% and Pf(c)=6.78%, indicating a higher relative contribution of friction-angle uncertainty to FS<1.0 occurrences, as well as a relevant combined effect when both parameters vary simultaneously.

KEYWORDS: slope stability, probabilistic analysis, deterministic analysis, Monte Carlo, cohesion, friction angle.

1 INTRODUÇÃO

A avaliação de estabilidade de taludes depende da caracterização adequada da resistência ao cisalhamento. Em análises por equilíbrio-limite, é comum empregar o critério de Mohr–Coulomb, no qual o ângulo de atrito interno (ϕ) e a coesão (c) são parâmetros fundamentais. Na prática, a determinação de ϕ e c é afetada por variabilidade natural, dispersão de ensaios e incertezas de modelagem, o que pode impactar o fator de segurança (FS) e decisões de projeto, manutenção e gestão de risco.

Nesse contexto, análises probabilísticas, como simulação de Monte Carlo, permitem propagar incertezas de entrada para o FS e estimar a probabilidade de falha (Pf = P[FS<1,0]). Além disso, ao variar isoladamente cada parâmetro, é possível inferir qual variável exerce maior contribuição para a ocorrência de falha no cenário estudado. Este trabalho apresenta um estudo metodológico com geometria real de corte rodoviário, idealizada como maciço homogêneo, com foco em quantificar a sensibilidade determinística e probabilística do FS a ϕ e c.

2 METODOLOGIA

2.1 Geometria e cenário base

A geometria analisada corresponde a um corte real em beira de rodovia, representado em duas dimensões (Figura 1), com altura aproximada de 33,8 m e inclinação média de 41,3°. Para viabilizar a comparação direta entre ϕ e c e evitar alternância de material controlador ao longo das simulações, o maciço foi idealizado como homogêneo (material equivalente), adotando-se o critério de resistência de Mohr–Coulomb. A condição hidráulica considerada foi seca, compatível com a condição observada no período de referência (Water Surface = None).

Adotaram-se como parâmetros médios do cenário base: $\gamma = 18$ kN/m³, c = 16 kPa e $\phi = 32°$. As análises foram executadas com busca de superfícies não circulares via Particle Swarm Search e método de equilíbrio-limite GLE/Morgenstern-Price.

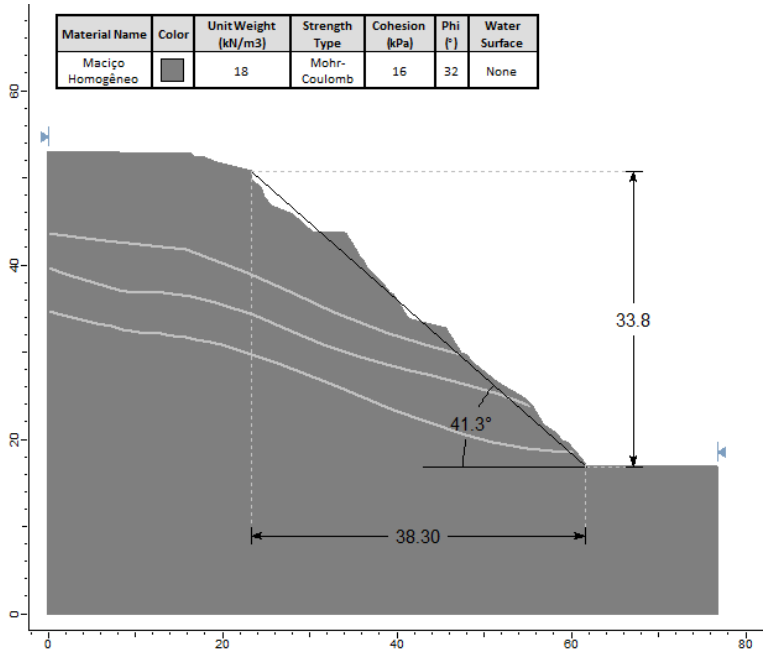


Figura 1. Modelo do talude base de estudo (geometria real idealizada como homogênea).

2.2 Sensibilidade determinística

A sensibilidade determinística foi avaliada variando-se um parâmetro por vez (c ou ϕ), mantendo-se constantes a geometria, a condição hidráulica (seca) e o método de cálculo (GLE/Morgenstern-Price). Os intervalos de variação foram definidos a partir dos coeficientes de variação adotados neste estudo com base em Bretas (2020), utilizando-se $\sigma = CV \cdot \mu$. Assim, considerou-se μc=16 kPa e σc=6,4 kPa (COVc = 40%), e $\mu\phi$=32º e $\sigma\phi$=3,2º (COVϕ = 10%), variando-se os parâmetros no intervalo $\pm 2\sigma$, resultando em c = 3,2 a 28,8 kPa e ϕ = 25,6° a 38,4°.

O objetivo desta etapa foi avaliar, de forma controlada, a resposta do fator de segurança (FS) a variações em c e ϕ, por meio das curvas FS×c e FS×ϕ, obtidas no entorno do cenário base.

2.3 Análise probabilística (Monte Carlo)

A análise probabilística foi conduzida por simulação de Monte Carlo com N = 5000 amostras, mantendo-se a mesma geometria, condição hidráulica e método de cálculo do cenário base. A variabilidade foi definida pelos coeficientes de variação adotados (Bretas, 2020), com σc = 6,4 kPa (COVc = 40%) e σϕ = 3,2° (COVϕ = 10%).

Para a coesão, adotou-se distribuição lognormal, visando assegurar positividade (c ≥ 0). Para o ângulo de atrito, adotou-se distribuição normal. Para operacionalização no software, foram utilizados limites de amostragem definidos com base em ±3σ (abrangendo aproximadamente 99,7% da variabilidade para distribuição normal), de modo a reduzir truncamento relevante das caudas.

- c (lognormal): μ = 16 kPa, σ = 6,4 kPa, mín = 0 kPa e máx = 35,2 kPa;
- ϕ (normal): μ = 32°, σ = 3,2°, mín = 22,4° e máx = 41,6°.

Foram avaliadas três configurações:

- MC-(c+ϕ): c e ϕ aleatórios simultaneamente;
- MC-c: apenas c aleatório (ϕ fixo);
- MC-ϕ: apenas ϕ aleatório (c fixo).

A probabilidade de falha foi definida como Pf = P(FS < 1,0).

3 RESULTADOS

3.1 Cenário base determinístico

O cenário base apresentou FS mínimo determinístico = 1,13, com superfície crítica compatível com mecanismo global envolvendo o pé do talude.

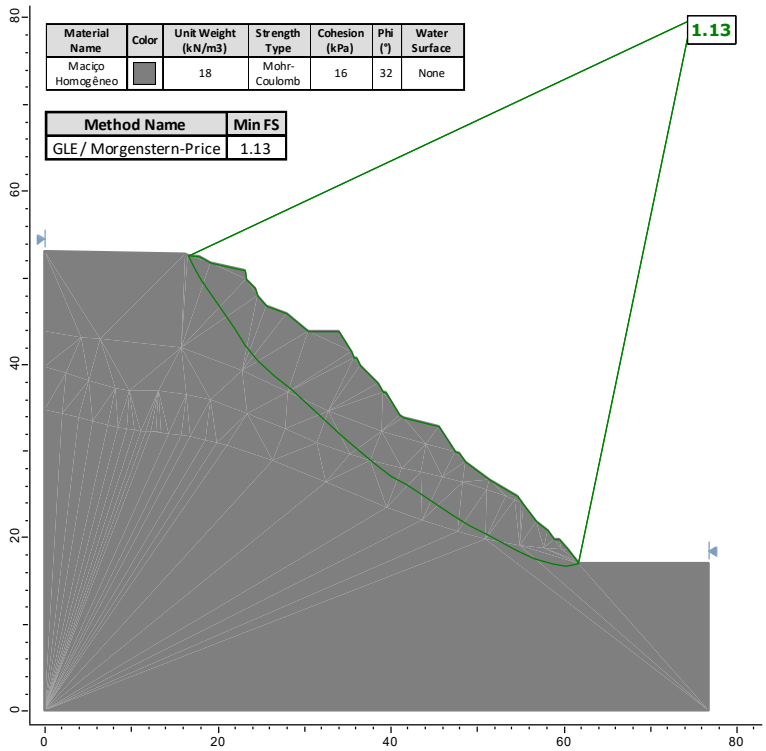


Figura 2. Superfície crítica e FS mínimo do cenário base determinístico.

3.2 Sensibilidade determinística

As análises de sensibilidade determinística foram realizadas variando-se um parâmetro por vez, mantendo-se constantes a geometria, a condição hidráulica seca e o método GLE/Morgenstern-Price. Os resultados (Figuras 3 e 4) indicaram comportamento aproximadamente linear do fator de segurança (FS) no intervalo analisado, permitindo representar a resposta por regressões lineares com elevado coeficiente de determinação (R^2 próximo de 1).

Para o ângulo de atrito, obteve-se a relação $FS = 0{,}0334 \cdot \phi + 0{,}065$ ($R^2 = 0{,}9986$), indicando inclinação de 0,0334 FS/°. Para a coesão, obteve-se $FS = 0{,}0173 \cdot c + 0{,}8657$ ($R^2 = 1$), com inclinação de 0,0173 FS/kPa. A partir dessas inclinações, no intervalo avaliado, um incremento unitário de 1° em ϕ produz aproximadamente o mesmo efeito no FS que um incremento de 1,93 kPa em c ($\Delta c \approx 0{,}0334/0{,}0173$), caracterizando uma equivalência local por unidade.

Ressalta-se que essa comparação é indicativa, pois envolve parâmetros com unidades distintas. Por isso, a influência relativa de ϕ e c na proximidade da condição de falha é discutida de forma mais robusta na etapa probabilística, na qual as dispersões adotadas (COV) são explicitamente consideradas.

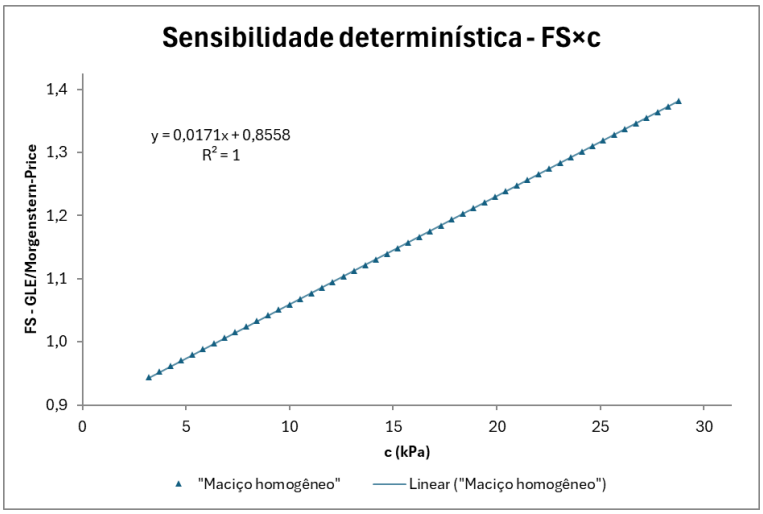


Figura 3. Sensibilidade determinística do FS em função da coesão (FS×c), com ϕ fixo.

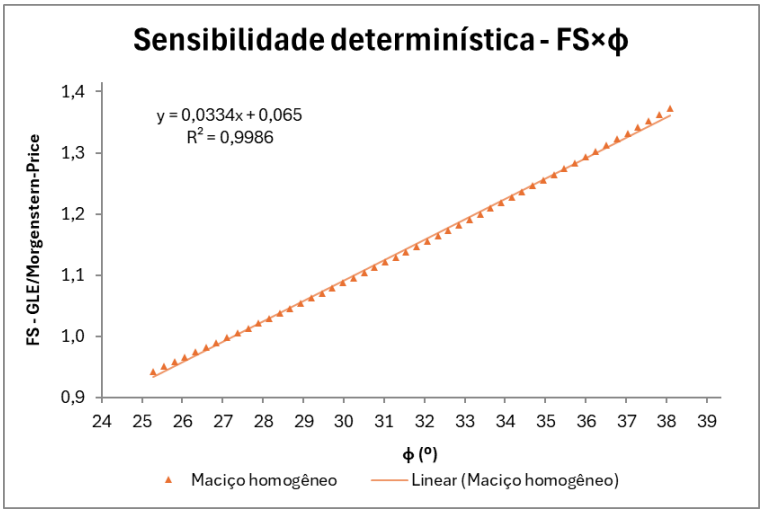


Figura 4. Sensibilidade determinística do FS em função do ângulo de atrito (FS×ϕ), com c fixo.

3.3 Resultados probabilísticos e contribuição relativa

A Figura 5 apresenta os histogramas das variáveis de entrada amostradas na simulação de Monte Carlo (N = 5000), evidenciando aderência às distribuições adotadas: coesão (c) com distribuição lognormal e ângulo de atrito (ϕ) com distribuição normal.

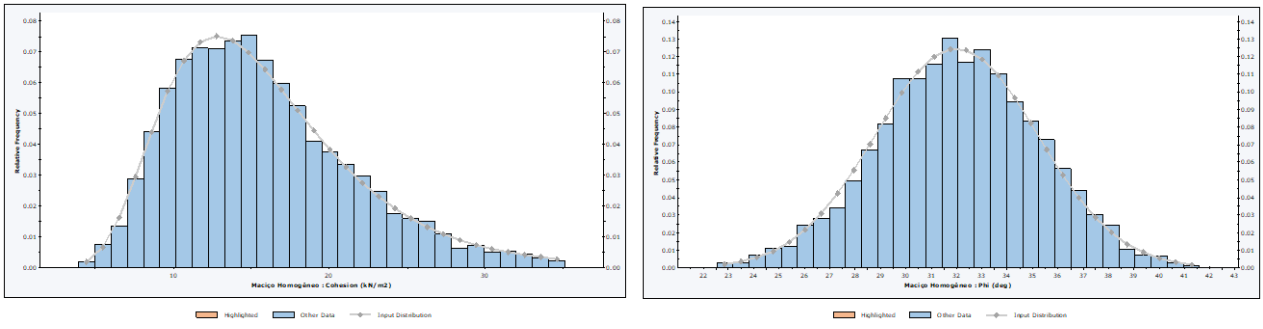


Figura 5. Histogramas das variáveis de entrada amostradas (c lognormal e ϕ normal) na simulação de Monte Carlo (N = 5000).

As Figuras 6 e 7 apresentam os histogramas do fator de segurança (FS) para o caso combinado (c+ϕ) e para os casos isolados (c e ϕ variando isoladamente), no qual a probabilidade de falha foi estimada diretamente pela fração de amostras com FS < 1,0.

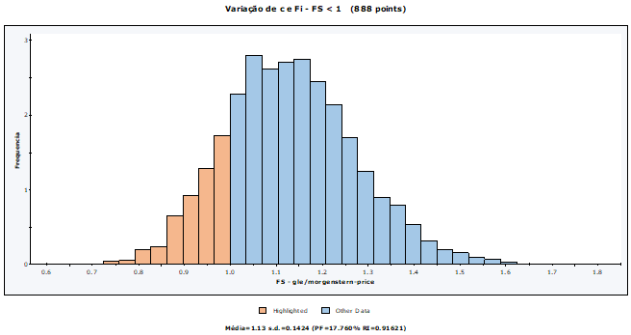


Figura 6. Histograma do FS para o caso combinado (c+ϕ).

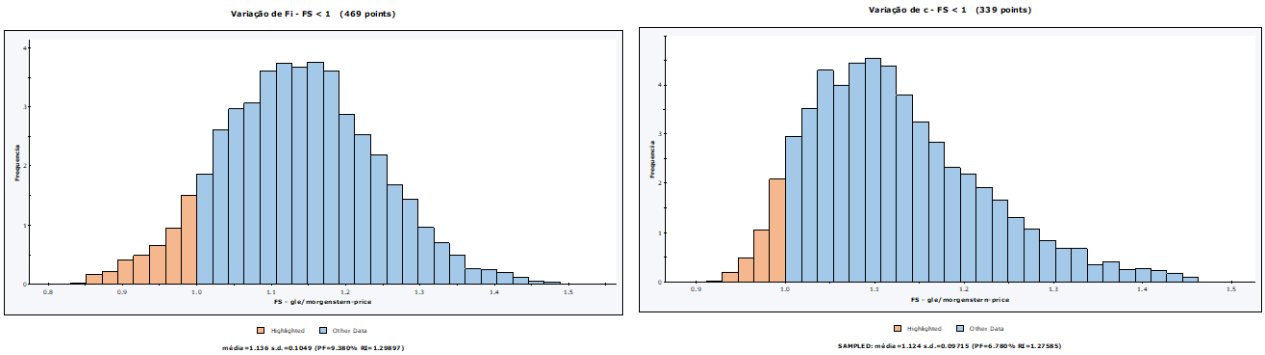


Figura 7. Histograma do FS para variação de c e ϕ, isoladamente.

No cenário combinado MC-(c+ϕ), obteve-se Pf = 17,76%. Para avaliar a contribuição relativa de cada parâmetro, foram executadas simulações isoladas, mantendo-se um parâmetro determinístico e variando-se o outro. No caso MC-c (somente c variável), obteve-se média de FS = 1,124, desvio padrão de σFS = 0,09715 e Pf = 6,78%. No caso MC-ϕ (somente ϕ variável), obteve-se média de FS = 1,136, desvio padrão de σFS = 0,1049 e Pf = 9,38%. A Tabela 1 consolida os resultados.

Tabela 1. Síntese das análises probabilísticas (Monte Carlo, N=5000, GLE/Morgenstern-Price).

Caso	Variáveis aleatórias	Média (FS)	σ (FS)	Pf (FS<1,0)
MC-c	somente c	1,124	0,09715	6,78%
MC-ϕ	somente ϕ	1,136	0,1049	9,38%
MC-(c+ϕ)	c e ϕ	1,130	0,1424	17,76%

Observa-se que, no cenário analisado, a variabilidade de ϕ resultou em maior dispersão do FS (σFS) e maior Pf em comparação à variabilidade de c, indicando maior contribuição relativa de ϕ tanto para a variabilidade do FS quanto para a ocorrência de FS < 1,0. O caso combinado apresentou Pf superior aos casos isolados, evidenciando efeito conjunto das incertezas na cauda inferior da distribuição de FS.

4 DISCUSSÃO

A etapa determinística indicou comportamento aproximadamente linear do FS em função de c e de ϕ no intervalo avaliado, sendo útil para uma leitura inicial de sensibilidade por unidade (FS/kPa e FS/°). Entretanto, por envolver unidades distintas e diferentes níveis de variabilidade, a comparação por inclinação deve ser interpretada como indicativa. A etapa probabilística, por sua vez, permite quantificar a influência relativa considerando explicitamente as dispersões adotadas.

Com base nas simulações isoladas, observou-se que a variabilidade de ϕ produz maior dispersão do FS (σFS = 0,1049) do que a variabilidade de c (σFS = 0,09715), além de maior probabilidade de falha (Pf(ϕ)=9,38% > Pf(c)=6,78%). Assim, para a geometria avaliada e para as premissas de variabilidade adotadas (COVc=40% e COVϕ=10%), a incerteza associada ao ângulo de atrito apresenta maior contribuição relativa para a ocorrência de falha do que a incerteza associada à coesão.

O cenário combinado (c+ϕ) apresentou Pf=17,76% e maior dispersão do FS (σFS = 0,1424), evidenciando efeito conjunto das incertezas na cauda inferior da distribuição. A convergência do FS médio com N=5000 (apresentada nos resultados) indica estabilidade numérica adequada para o estudo.

Ressalta-se que o trabalho possui caráter metodológico e envolve simplificações: maciço homogêneo equivalente, condição hidráulica seca, representação 2D e coeficientes de variação baseados em referência bibliográfica. Ainda assim, o procedimento apresentado é rastreável e replicável, permitindo comparar, de forma consistente, a sensibilidade determinística e a contribuição probabilística de parâmetros de resistência para o FS e para Pf.

5 CONCLUSÃO

O presente estudo teve como objetivo avaliar, de forma determinística e probabilística, a influência relativa do ângulo de atrito interno (ϕ) e da coesão (c) na estabilidade do talude analisado. O cenário base determinístico apresentou FS mínimo = 1,13 (GLE/Morgenstern-Price), com superfície crítica associada a um mecanismo global envolvendo o pé do talude, caracterizando um caso relativamente próximo do estado limite e, portanto, sensível a variações de resistência. A partir desse cenário, a sensibilidade determinística indicou que o ângulo de atrito interno (ϕ) controla mais intensamente a variação do fator de segurança do que a coesão (c) no intervalo analisado. Essa interpretação decorre das inclinações das regressões obtidas: 0,0334 FS/° para ϕ e 0,0173 FS/kPa para c, indicando que, localmente, a variação de 1° em ϕ produz aproximadamente o mesmo efeito no FS que 1,93 kPa em c.

Quando a incerteza dos parâmetros é incorporada via simulação de Monte Carlo (N = 5000), o comportamento observado no determinístico se reflete em diferenças mensuráveis tanto na dispersão do FS quanto na probabilidade de falha. No caso combinado MC-(c+ϕ), obteve-se Pf = 17,76% e σFS = 0,1424, evidenciando efeito conjunto das incertezas na cauda inferior da distribuição (FS < 1,0). Ao isolar as variáveis, verifica-se que a variabilidade de ϕ gera maior dispersão do FS (σFS = 0,1049) e maior Pf (9,38%) do que a variabilidade de c (σFS = 0,09715 e Pf = 6,78%). Assim, para a geometria estudada e para as premissas de variabilidade adotadas (c lognormal e ϕ normal, com COV conforme Bretas, 2020), conclui-se que ϕ exerce maior influência relativa tanto sobre a variabilidade do fator de segurança quanto sobre a ocorrência de falha.

Do ponto de vista prático, o resultado implica que a redução da incerteza em ϕ tende a produzir maior ganho de confiabilidade na avaliação, sobretudo em situações próximas ao estado limite, nas quais pequenas variações em ϕ podem deslocar de forma significativa a distribuição do FS e alterar a fração de resultados no domínio de falha.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas (2009). NBR 11682. Estabilidade de Encostas. Rio de Janeiro.

Baecher, G. B., Christian, J. T. (2003). *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*. John Wiley & Sons, Chichester, UK.

Bretas, T. (2020) Retroanálise probabilística tridimensional de rupturas em talude utilizando equilíbrio-limite. Dissertação de Mestrado, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Geotécnica, Ouro Preto.

El-Ramly, H., Morgenstern, N. R., Cruden, D. M. (2002). *Probabilistic slope stability analysis for practice*. *Canadian Geotechnical Journal*, 39, p. 665-683.

Franca, P., Costa, T., & Stacey, P. (2018). *Soft Iron Ores and Other Leached Rocks*. Em D. Martin, & P. Stacey (Eds.), *Guidelines of Open Pit Slope Design in Weak Rocks* (p. 367). Australia: Csiro.

Lacasse, S., Nadim, F. (1996). *Uncertainties in characterising soil properties.* In: Shackelford, C. D., Nelson, P. P., Roth, M. J. (eds.). *Uncertainty in the Geologic Environment: From Theory to Practice. Geotechnical Special Publication* n. 58, ASCE, New York, p. 49-75.

Morgenstern, N. R., Price, V. E. (1965). *The analysis of the stability of general slip surfaces. Geotechnique*, 15 (1), p. 79-93.

Phoon, K.-K., Kulhawy, F. H. (1999). *Evaluation of geotechnical property variability*. *Canadian Geotechnical Journal*, 36, p. 625-639.

Rocscience Inc. (2026). Slide2 Documentation – Material Statistics (Probabilistic Analysis). Disponível em: https://www.rocscience.com/help/slide2/documentation/slide-model/probabilistic-analysis/material-statistics. Acesso em: 25 fev. 2026.