XXII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
XI Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
24 a 28 de agosto de 2026 – Brasília/DF

DOI: 10.47094/COBRAMSEG2026.4/30

Avaliação Crítica de Modelos de Resistência ao Cisalhamento Para Solos Não Saturados

Davi Martins de Aragão
Mestre em Geotecnia, Universidade de Brasília, Brasília-DF, Brasil, dvmartins05@gmail.com

Patrícia Figuereido de Sousa
Doutora em Geotecnia, Universidade de Brasília, Brasília-DF, Brasil, patriciafiguereidodesousa@gmail.com

André Luís Brasil Cavalcante
Professor Associado Doutor, Universidade de Brasília, Brasília-DF, Brasil, abrasil@unb.com

RESUMO: A previsão da resistência ao cisalhamento de solos não saturados permanece como um dos principais desafios da mecânica dos solos, sobretudo em razão da influência da sucção matricial, cuja contribuição está diretamente relacionada ao comportamento hidráulico do material, descrito pela curva característica de retenção de água. Nesse contexto, esta dissertação apresenta uma avaliação crítica de modelos consagrados empregados na estimativa da resistência ao cisalhamento em condição não saturada, com ênfase na influência da modalidade da distribuição de poros (uni e multimodal) e na forma da curva de retenção. Para a comparação, foram analisadas formulações aplicáveis a solos com diferentes estruturas porosas e comportamentos hidráulicos, abrangendo modelos dependentes e independentes da curva de retenção. A metodologia consistiu na organização de um banco de dados experimental a partir de resultados publicados na literatura, contemplando solos arenosos e finos com distintas características geotécnicas. Os modelos foram implementados computacionalmente, ajustados aos dados experimentais e avaliados por meio do coeficiente de determinação (R^2) e do erro percentual absoluto médio simétrico (SMAPE), métricas selecionadas por permitirem interpretação objetiva do desempenho. Os resultados indicam que o desempenho dos modelos não depende exclusivamente do tipo de solo, mas também da modalidade estrutural e da forma da curva de retenção. De modo geral, modelos tradicionais apresentaram desempenho satisfatório.

PALAVRAS-CHAVE: Resistência ao Cisalhamento, Coesão Aparente, Solos Não Saturados, Solos Multimodais.

ABSTRACT: The prediction of the shear strength of unsaturated soils remains one of the main challenges in soil mechanics, primarily due to the influence of matric suction, whose contribution is directly related to the hydraulic behavior of the material, described by the soil–water retention curve. In this context, this dissertation presents a critical evaluation of well-established models used to estimate shear strength under unsaturated conditions, with emphasis on the influence of pore size distribution modality (uni- and multimodal) and the shape of the retention curve. For comparison purposes, formulations applicable to soils with different pore structures and hydraulic behaviors were analyzed, including models both dependent on and independent of the soil–water retention curve. The methodology consisted of assembling an experimental database based on results published in literature, encompassing sandy and fine-grained soils with distinct geotechnical characteristics. The models were implemented computationally, calibrated against the experimental data, and evaluated using the coefficient of determination (R^2) and the symmetric mean absolute percentage error (SMAPE), metrics selected for enabling an objective assessment of model performance. The results indicate that model performance does not depend exclusively on soil type, but also on structural modality and the shape of the retention curve. In general, traditional models exhibited satisfactory performance.

KEYWORDS: Shear Strength, Apparent Cohesion, Unsaturated Soils, Multimodal Soils.

1 INTRODUÇÃO

A utilização exclusiva de parâmetros e modelos fundamentados no comportamento de solos saturados, embora frequentemente associada a uma abordagem conservadora, pode ser insuficiente para descrever fenômenos que se desenvolvem sob condições não saturadas. A redução de sucção do solo, frequentemente observada durante eventos chuvosos, pode acarretar a ruptura de taludes naturais e artificiais, assim como o colapso do solo. A recorrência desses eventos evidencia lacunas técnicas na incorporação sistemática do comportamento não saturado em projetos e processos regulatórios, especialmente em acompanhar por monitoramento e investigações geotécnicas solos na condição não saturada em áreas propensas a movimentação de terra (Mascarenhas, 2018).

Nesse contexto, a organização dos vazios de uma camada de solo exerce grande influência nas propriedades físicas, mecânicas e hidráulicas que os materiais apresentam em campo. O tipo de distribuição dos poros, uni ou multimodal, pode ser empregado para compreender o comportamento hidráulico e mecânico desses materiais, principalmente considerando a variação de umidade e do nível freático que ocorrem ao longo do ano. Sob essa perspectiva, a Mecânica dos Solos Não Saturados contribui para estimativas mais realistas e para o monitoramento do estado hidromecânico de estruturas geotécnicas (Sousa, 2024).

Diante do exposto, evidencia-se a necessidade de abordagens que representem de forma mais realista o comportamento mecânico dos solos em condição não saturada, além de uma reavaliação dos modelos de resistência ao cisalhamento existentes. A análise desta pesquisa considera a influência da modalidade (solos uni e multimodais), a sensibilidade paramétrica das propriedades mecânicas e hidráulicas de solos não saturados em cada modelo e ajustes a dados experimentais de outras pesquisas, validados por mais de um método de regressão linear.

2 METODOLOGIA

São apresentados os materiais utilizados determinadas as bases de dados, e os procedimentos metodológicos empregados ao longo do desenvolvimento desta pesquisa, bem como as etapas adotadas para a análise e validação dos modelos estudados. As principais atividades para o desenvolvimento dessa pesquisa estão no fluxograma metodológico apresentado na Figura 1.

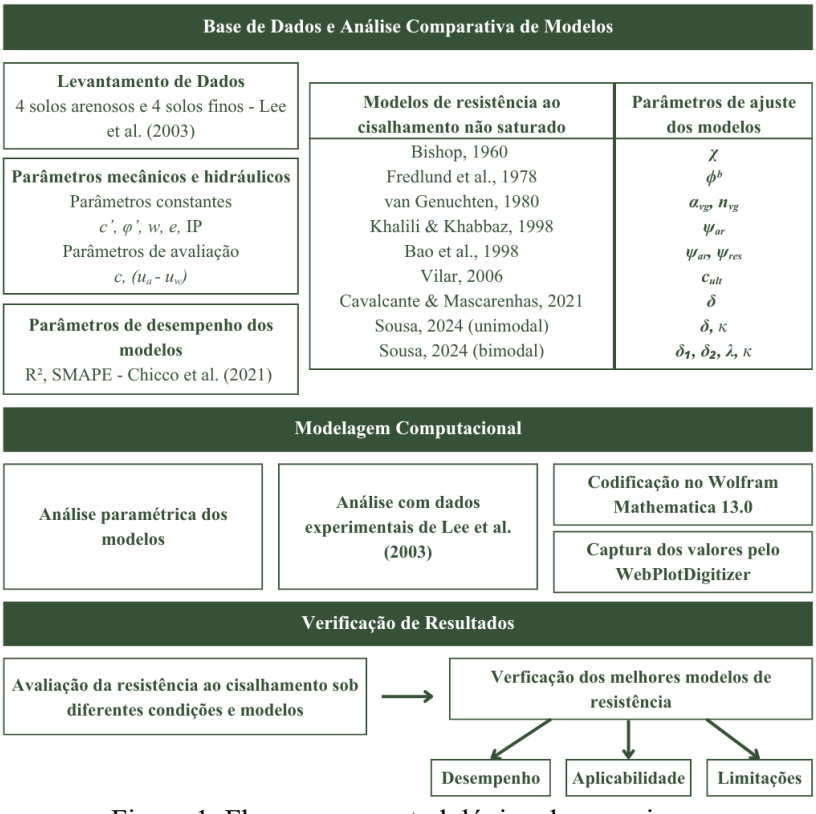


Figura 1. Fluxograma metodológico da pesquisa.

A base de dados conta com o levantamento de quatro solos arenosos e quatro solos finos, definidos seus parâmetros constantes de acordo com a pesquisa experimental de Lee et al. (2003). A captura dos valores individuais de sucção e coesão foram possibilitados pelo programa *WebPlotDigitizer*.

Os parâmetros de avaliação da análise comparativa dos modelos são a coesão total em função da sucção mátrica. Admitiu-se dois métodos estatísticos de avaliação de desempenho, de acordo com Chicco et al. (2021), de SMAPE ≤ 10% e $R^2 \geq 0{,}8$, para avaliar de forma mais sensível os modelos.

Conta-se com nove modelos: Bishop (1960), Fredlund et al. (1978), Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980), Khalili & Khabbaz (1998), Bao et al. (1998), Vilar (2006), Cavalcante & Mascarenhas (2021), Sousa (2024) e Sousa para solos bimodais (2024).

A modelagem computacional foi realizada pelo programa *Wolfram Mathematica*, onde foi utilizado a função *BestFitParameters* para que o programa determine os melhores valores dos parâmetros de ajuste com base no maior R^2 e SMAPE possíveis.

Por fim, na verificação dos resultados, é feita a síntese dos gráficos obtidos e é avaliada a resistência ao cisalhamento não saturada sob os diferentes modelos disponíveis na pesquisa, de modo a poder classificar os melhores e piores modelos de acordo com a base de dados.

2.1 Materiais

Com base na pesquisa de Lee et al. (2003), que compila uma extensa base de dados proveniente de estudos autorais e de literatura preexistente, os parâmetros geotécnicos foram selecionados para fundamentar a análise da resistência ao cisalhamento e coesão aparente em solos não saturados. A Tabela 1 apresenta as variáveis consideradas na pesquisa para solos arenosos. A caracterização dos solos finos avaliados encontra-se sistematizada na Tabela 2, onde se destaca a inclusão do índice de plasticidade (IP) para viabilizar a aplicação do modelo analítico de Sousa (2024).

Tabela 1: Propriedades geotécnicas de solos arenosos estudados por Lee et al. (2003)

Solo	Granulometria			Propriedades			
	Pedregulho (%)	Areia (%)	Finos (%)	w (%)	e	c' (kPa)	ϕ' (º)
Areia úmida de Okchun (Coreia do Sul)	0,37	94,79	4,84	19,87	0,570	20,44	36,80
Areia úmida de Chochiwon (Coreia do Sul)	0,98	92,59	6,43	23,78	0,673	20,49	34,35
Areia úmida de Yungi (Coreia do Sul)	5,74	92,71	1,56	18,77	0,480	17,15	41,21
Areia seca de Seochang (Coreia do Sul)	0,00	78,71	13,89	20,61	0,606	5,97	36,04

Tabela 2: Propriedades geotécnicas dos solos finos estudados por Lee et al. (2003)

Solo	Granulometria			Propriedades				
	Pedregulho (%)	Areia (%)	Finos (%)	w (%)	e	c' (kPa)	ϕ' (º)	IP (%)
Till glacial (Canadá) - Gan et al. (1988)	0,00	28,00	72,00	11,50	0,530	10,00	25,50	18,70
Till glacial (Canadá) - Vanapalli et al. (1996)	0,00	28,00	72,00	13,00	0,578	0,00	22,90	18,70
Argila de Dhanauri (Índia) – Sajita (1978)	0,00	5,00	95,00	22,20	0,677	7,80	29,00	23,50
Silte de Jossigny (França) – Cui & Delage (1993)	0,00	4,00	96,00	18,00	0,630	25,00	22,00	18,00

3 RESULTADOS

3.1 Análise de solos finos

Para os solos finos, nenhum modelo se demonstrou inadequado pelo valor de R^2, apenas pela predefinição de 10% de SMAPE:

- Para o till glacial de Gan et al. (1988), apenas o modelo de Bao et al. (1998) segue as predefinições de Chicco et al. (2021). O modelo de Khalili & Khabbaz (1998) apresentou indicador de desempenho muito similar, marginalizado por menos de 1%.
- Para o till glacial de Vanapalli et al. (1996) e para o silte de Jossigny, França, caracterizado por Cui & Delage (1993), todos os modelos são aprovados por esse método de regressão, exceto a função parabólica de Bishop (1960) e a função linear de Fredlund et al. (1978).
- A argila de Dhanauri, Índia, caracterizada por Sajita (1978) apresentou bons resultados para todos os modelos, exceto para Fredlund et al. (1978).

Têm-se que o modelo de Bao et al. (1998) passa em todas as verificações; os modelos de van Genuchten (1980), Khalili & Khabbaz (1998), Vilar (2006), Cavalcante & Mascarenhas (2021), Sousa (2024), Sousa para solos bimodais (2024) não atendem ao valor de SMAPE uma vez; o modelo de Bishop et al. (1960) não atende ao valor de SMAPE duas vezes e o modelo de Fredlund (1978) não atende ao valor de SMAPE para nenhum dos solos finos.

Destaca-se o modelo de Fredlund et al. (1978) como o pior modelo para sete testes e Bishop (1960) em um dos testes. Já para modelos mais ideais, Bao et al. (1998) teve melhor resultado para dois solos, e van Genuchten (1980) e Khalili & Khabbaz (1998) para um solo. Ambas as métricas coincidem para todos os casos. A Figura 2 apresenta as melhores curvas para casa solo:

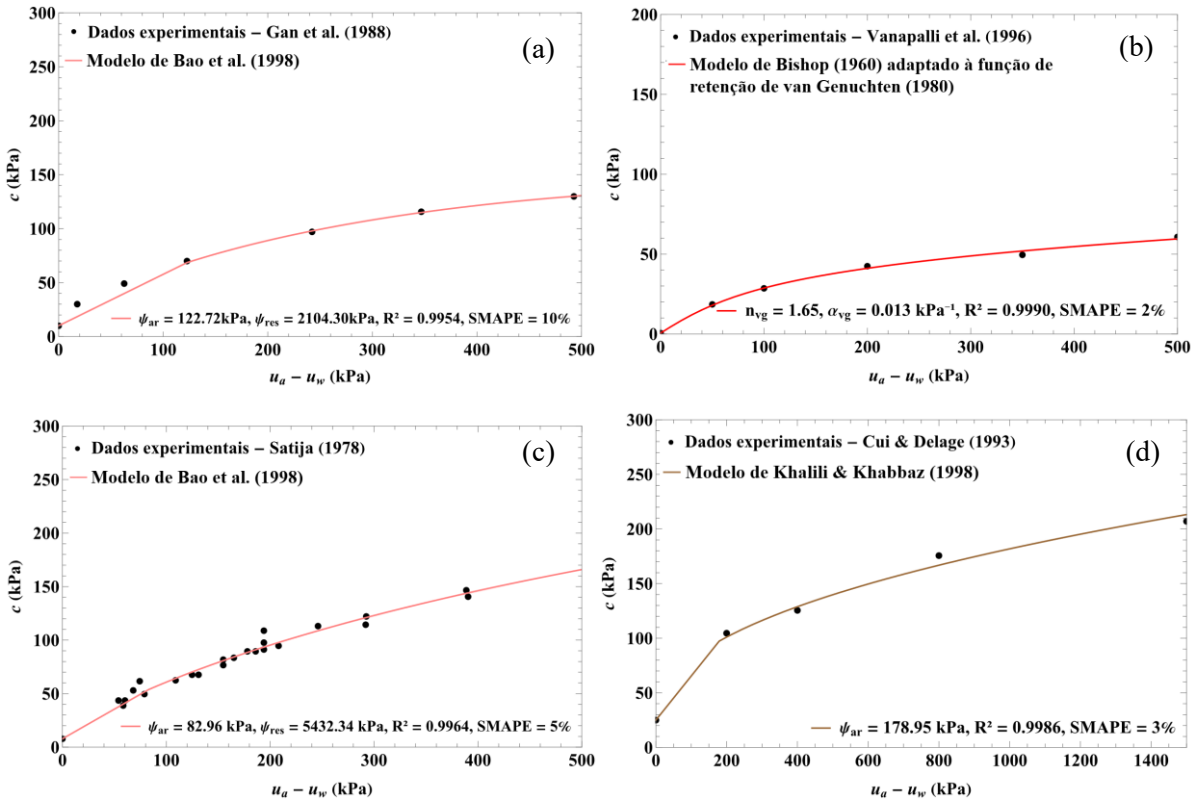


Figura 2: Melhor resultado de (a) till glacial - Gan et al. (1988), (b) till glacial – Vanapalli et al. (1996), (c) argila de Dhanauri – Sajita (1978) e (d) silte de Jossigny – Cui & Delage (1993).

A média dos resultados para solos finos é apresentado Figura 3, marcando as posições de cada modelo para os solos finos estudados.

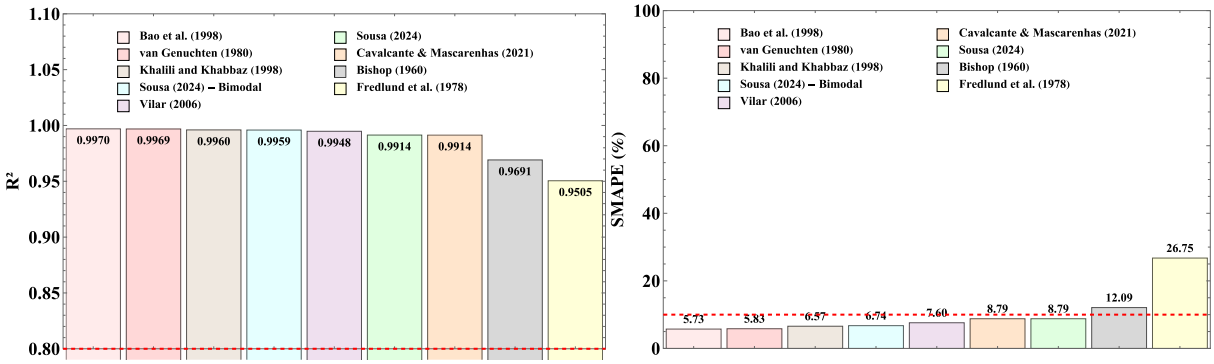


Figura 3: Comparação entre os resultados de (a) R^2 e (b) SMAPE dos modelos, organizados do melhor para o pior resultado para a média dos valores dos solos finos.

3.2 Análise de solos arenosos

Para os solos finos, nenhum modelo se demonstrou inadequado pelo valor de R^2. Entretanto, para a areia úmida de Yungi e para a areia úmida de Seochang, a função de Bishop (1960) apresentou $R^2 < 0{,}9$. Já para a verificação pelo SMAPE:

- Para a areia úmida de Okchun e para a areia úmida de Chochiwon, aprova-se com bons resultados todos os modelos, com exceção de Fredlund (1978).
- Para a areia úmida de Yungi e para a areia úmida de Seochang, os modelos são considerados bons para os valores de SMAPE, exceto as funções de Bishop (1960), Fredlund et al. (1978), Cavalcante & Mascarenhas (2021) e a função unimodal de Sousa (2024).

Em resumo, têm-se que os modelos de Bao et al. (1998), van Genuchten (1980), Khalili & Khabbaz (1998), Vilar (2006), Sousa para solos bimodais (2024) passam por todas as verificações; os modelos de Bishop et al. (1960), Cavalcante & Mascarenhas (2021) e Sousa (2024), não atendem ao valor de SMAPE duas vezes e o modelo de Fredlund (1978) não atende ao valor de SMAPE para nenhum dos solos arenosos.

Na verificação da modalidade, para a areia úmida de Chochiwon, os valores distintos de δ_1 e δ_2 no modelo de Sousa (2024) para solos bimodais indicam que se trata de um solo bimodal, especialmente ao marcar um valor de $R^2 = 1$, associado à uma previsão perfeita. A areia úmida de Yungi e a Areia seca de Seochang apresentaram o mesmo comportamento, com R^2 extremamente próximo de 1 para esse modelo.

Destaca-se o modelo de Fredlund et al. (1978) como o pior modelo para seis testes e Bishop (1960) em dois testes. O modelo bimodal de Sousa (2024) teve melhor resultado para três solos, chegando a apresentar uma previsão perfeita de $R^2 = 1$, e Bishop (1960) para um solo. Destaca-se a adesão de Bishop (1960) com R^2 de 0,9990 e o desempenho próximo de Sousa (2024) e Cavalcante & Mascarenhas (2021) para a areia úmida de Okchun. A Figura 4 apresenta as melhores curvas para casa solo:

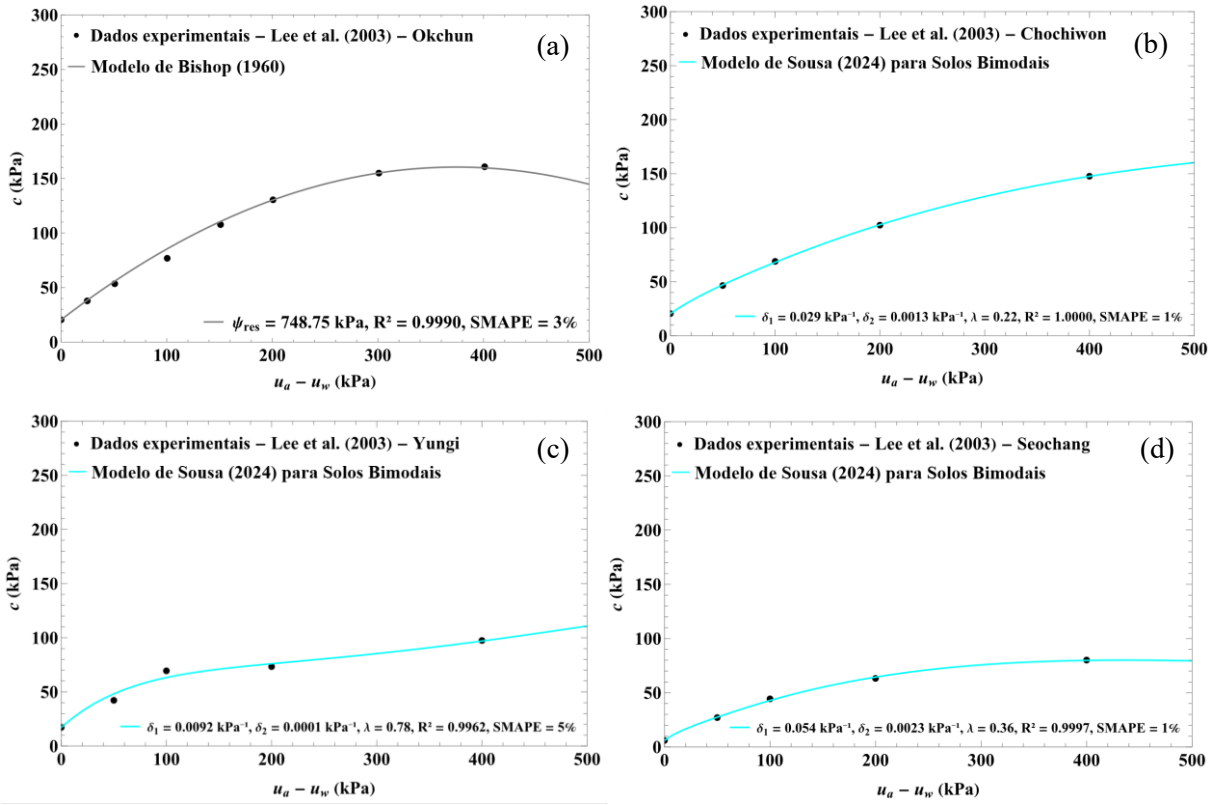


Figura 4: Melhor resultado de (a) areia úmida de Okchun, (b) areia úmida de Chochiwon, (c) areia úmida de Yungi e (d) areia úmida de Seochang - Lee et al. (2003).

A média dos resultados para solos arenosos é apresentado na Figura 5, marcando as posições de cada modelo para os solos arenosos estudados.

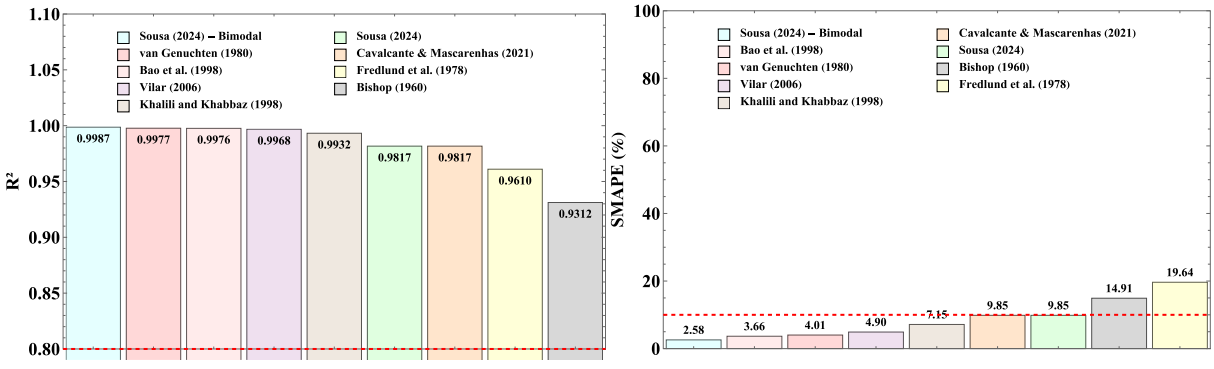


Figura 5: Comparação entre os resultados de (a) R² e (b) SMAPE dos modelos, organizados do melhor para o pior resultado para a média dos valores dos solos arenosos.

Os resultados demonstram que o desempenho dos modelos está associado à coerência física com os mecanismos hidromecânicos que governam a resistência não saturada. Funções excessivamente parametrizadas nem sempre resultaram em melhor desempenho, indicando que simplicidade estrutural aliada à interpretação física consistente pode representar melhor aplicação.

4 CONCLUSÕES

A análise paramétrica evidenciou que a não linearidade da envoltória em relação à sucção não decorre apenas da forma da curva de retenção, mas também da maneira como cada modelo relaciona a variável de estado (teor de umidade, ângulo de atrito relativo, sucção normalizada ou função exponencial) à tensão efetiva.

Observa-se que a adequação de um modelo pode variar mesmo entre solos de mesma classificação. Dois solos arenosos, por exemplo, foram bem representados pelo modelo bimodal de Sousa (2024), ao passo que a versão unimodal do mesmo autor não apresentou desempenho satisfatório. Esse resultado reforça que a escolha do modelo deve considerar não apenas a classe textural, mas também a estrutura de poros e o domínio de sucção analisado.

De modo geral, os resultados indicam que não há um modelo universalmente superior para todos os tipos de solo. No conjunto de amostras determinado, os melhores modelos de desempenho individual seriam Bao et al. (1998), van Genuchten (1980) e Khalili & Khabbaz (1998). Já para solos arenosos, os modelos de Bishop (1960) e bimodal de Sousa (2024). Considerando o valor médio dos métodos de regressão, destaca-se Bao et al. (1998), van Genuchten (1980) e bimodal de Sousa (2024) estando entre os três mais bem colocados para solos finos e arenosos.

Embora o modelo de Bishop (1960), para um dos solos analisados, tenha o melhor desempenho preditivo, ele também se destacou juntamente com o modelo de Fredlund et al. (1978), por registrar alguns dos maiores valores de SMAPE, ultrapassando a premissa ideal de 10% de Chicco et al. (2021). Esse comportamento evidencia que, apesar de sua relevância histórica, tais formulações podem apresentar limitações quando avaliadas sob métricas estatísticas mais sensíveis à magnitude relativa dos erros, o que explica a redução de sua aplicação em estudos mais recentes.

Como contribuição, esta pesquisa sistematiza a comparação entre diferentes formulações da coesão não saturada sob um mesmo conjunto de dados e critérios estatísticos, além de discutir criticamente o impacto da curva de retenção na previsão da resistência. De certo modo, todos os modelos foram satisfatórios para os solos avaliados.

Ressalta-se, contudo, que a presente análise foi desenvolvida com base em dados experimentais limitados quanto à variabilidade natural dos solos e à influência de trajetórias de carregamento distintas. Além disso, não foram considerados efeitos associados à histerese hidráulica ou ao acoplamento hidromecânico sob condições transientes. Esses aspectos representam limitações inerentes ao escopo do estudo e devem ser investigados em pesquisas futuras.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de expressar seus agradecimentos, pelo suporte dado a esta pesquisa, à Universidade de Brasília (UnB), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAP-DF).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bao, C., Gong, B., & Zhan, L. (1998). *Properties of unsaturated soils and slope stability of expansive soils*. In: Proceedings of the 2nd International Conference on Unsaturated Soils (UNSAT'98), Beijing, 1, 71–98.

Bishop, A. W., Alpan, I., Blight, G. E., & Donald, I. B. (1960). *Factors controlling the strength of partly saturated cohesive soils*. In: Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils. Boulder: ASCE, 503–532.

Cavalcante, A. L. B., & Mascarenhas, P. V. S. (2021). *Efficient approach in modeling the shear strength of unsaturated soil using soil water retention curve*. Cham: Springer-Verlag.

Chicco, D., Warrens, M. J., & Jurman, G. (2021). *The coefficient of determination R² is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation*. PeerJ Computer Science, 7, e623.

Cui, Y. J., & Delage, P. (1993). *On the elasto-plastic behaviour of an unsaturated silt*. ASCE Geotechnical Special Publication, 39, 115–126.

Fredlund, D. G., Morgenstern, N. R., & Widger, R. A. (1978). *The shear strength of unsaturated soils*. Canadian Geotechnical Journal, 15(3), 313–321.

Gan, J. K. M., Fredlund, D. G., & Rahardjo, H. (1988). *Determination of the shear strength parameters of an unsaturated soil using the direct shear test*. Canadian Geotechnical Journal, 25, 500–510.

Khalili, N., & Khabbaz, M. H. (1998). *A unique relationship for the determination of the shear strength of unsaturated soils*. Géotechnique, 48, 681–687.

Lee, S., Lee, S., & Kim, Y. (2003). *An approach to estimate unsaturated shear strength using artificial neural network and hyperbolic formulation*. Computers and Geotechnics, 30(6), 489–503.

Mascarenhas, P. V. S. (2018). *Modelagem fracionária do fluxo de água em meio poroso não saturado*. Master's Dissertation, Universidade de Brasília, Brasília.

Satija, B. S. (1978). *Shear behaviour of partly saturated soils*. PhD Thesis, Indian Institute of Technology, Delhi.

Sousa, P. F. (2024). *Modelo constitutivo para a previsão da resistência ao cisalhamento não saturada usando a curva de retenção de água de solos uni e multimodais*. PhD Thesis, Universidade de Brasília, Brasília.

Van Genuchten, M. T. (1980). *A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils*. Soil Science Society of America Journal, 44(5), 892–898.

Vanapalli, S. K., Fredlund, D. G., Pufahl, D. E., & Clifton, A. W. (1996). *Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction*. Canadian Geotechnical Journal, 33(3), 379–392.

Vilar, O. M. (2006). *A simplified procedure to estimate the shear strength envelope of unsaturated soil*. Canadian Geotechnical Journal, 43(10), 1088–1095.