

DOI: 10.47094/COBRAMSEG2024/715

Modelagem Não Linear de Fibras de Alto Desempenho em Concreto em Túneis: Avaliação via Ensaios de campo e Laboratório.

Tiago de Jesus Souza

Dsc. Engenheiro Geotécnico, Solotechnique, Jundiaí, São Paulo, Brasil, tiago.souza@solotechnique.com.br

David Oliveira

Dsc. Diretor Técnico, Túneis, Aurecon, Brisbane, Austrália, dafo407@gmail.com

RESUMO: O projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras deve seguir princípios de projeto relativos a estados limites semelhantes aos adotados para o concreto armado convencional. No entanto, o uso de análise elástica linear ou teoria convencional de linhas de ruptura pode, em muitos casos, subestimar os benefícios das fibras em proporcionar uma maior capacidade de suporte de carga, especialmente quando são adotadas fibras de aço de alto desempenho. Este artigo apresentará um estudo de caso de um projeto de túneis na Austrália onde o uso de modelagem numérica não linear de elementos de concreto reforçado com fibras de aço, associada a ensaios físicos, proporcionou benefícios significativos no projeto e construção do revestimento do respectivo túnel. Para alcançar os objetivos dessa pesquisa, foi utilizado o software Atena. O caso foca no projeto de um revestimento de segmentos pré-moldados e os efeitos do reforço de fibras na capacidade de ruptura contra fendilhamento do concreto nas juntas longitudinais sob rotação intensa. Neste caso, a modelagem não linear, aliada a ensaios de laboratório em amostras de junta de segmento em grande escala, demonstrou que o reforço convencional seria desnecessário, enquanto a análise com a teoria elástica linear indicava o contrário, com capacidade das fibras 4-5x maior do que prevista.

PALAVRAS-CHAVE: Linha de escoamento, Segmentos, Concreto Reforçado com Fibras.

ABSTRACT: The design of structures reinforced with fibres should follow design principles related to limit states similar to those adopted for conventional reinforced concrete. However, using linear elastic analysis or conventional yield line theory may, in many cases, underestimate the benefits of fibres in providing greater load-bearing capacity, especially when high-performance steel fibres are used. This article will present a case study of a tunnel project in Australia where the use of nonlinear numerical modelling of reinforced concrete elements with steel fibres, combined with physical testing, provided significant benefits in designing and constructing the respective tunnel lining. The ATENA software was used to achieve the objectives of this research. The case focuses on the design of a precast segment lining and the effects of fibre reinforcement on the rupture capacity against concrete cracking at longitudinal joints under intense rotation. In this case, nonlinear modelling, combined with laboratory tests on large-scale segment joint samples, demonstrated that conventional reinforcement would be unnecessary, while analysis using linear elastic theory indicated the opposite, with fibre capacity 4-5 times higher than predicted.

KEYWORDS: Yield line, Segments, Fibre-reinforced concrete.

1 INTRODUÇÃO

O concreto é um material resistente a esforços de compressão, mas de baixa resistência a tração. Como resultado, barras de aço são tradicionalmente usadas para melhorar a resistência, suportando as forças de tração após a fissuração do concreto em aplicações estruturais e, conseqüentemente, proporcionando ductilidade ao sistema. No concreto reforçado convencionalmente, a tensão de tração do concreto na fissuração é muito menor

do que a tensão de escoamento das barras de aço, o que resulta na ruptura do concreto antes que qualquer carga significativa seja transferida para o aço. Como resultado, a armadura de aço também precisa limitar as larguras das fissuras abaixo dos níveis especificados para fins de manutenção e estética, mas, o mais importante, para a durabilidade.

O uso de fibras no concreto visa atingir os mesmos princípios, ou seja, fornecer capacidade de tração e flexão pós-fissura e controle da largura da fissura. No entanto, diferentemente das barras de aço, as fibras são distribuídas no volume de concreto. Desse modo, a distância entre as fibras é muito menor do que o espaçamento entre as barras convencionais, e o resultado não é mais um sistema com dois materiais, mas sim um material composto. Esse entendimento é essencial, pois tem implicações para o projeto. Os métodos convencionais de projeto de concreto reforçado nem sempre captam todos os benefícios do concreto reforçado com fibras (CRF), como será discutido neste artigo.

Uma das principais vantagens do uso do CRF é a redução do tempo de construção em comparação com as tradicionais camadas simples ou duplas de barras de reforço convencionais ou malha de arame soldado. Equipamentos de construção pesados para levantar e colocar gaiolas de barras de reforço são desnecessários, uma vez que o CRF pode ser bombeado ou pulverizado diretamente. Assim, projetos de túneis de larga escala podem economizar várias semanas. As simplificações no canteiro de obras também aumentam a segurança, pois a redução das tarefas de mão de obra intensa reduz o pessoal envolvido e sua exposição ao trabalho em altura.

Devido os requisitos de operacionalidade do concreto enquanto fresco e à distribuição adequada das fibras durante a mistura, é fundamental entender que há limites práticos para a quantidade de aço que pode ser incluída em uma mistura de concreto. Portanto, é improvável que a capacidade estrutural seja a mesma que a obtida com o concreto reforçado convencional. Em contraste com o limite de capacidade, as empreiteiras e os projetistas estão sempre buscando economias associadas aos tamanhos dos membros (espessura dos revestimentos) e, portanto, ao volume de concreto, o que pode ser facilitado por capacidades mais altas. A redução dos volumes de concreto também afetará diretamente os custos de fôrmas de revestimentos moldados in situ, o tempo de concretagem e o custo e os riscos associados ao transporte de segmentos do TBM.

Portanto, a redução da espessura do revestimento do túnel proporciona uma economia significativa de custos e benefícios de sustentabilidade e, para atender às demandas do mercado, os fornecedores desenvolveram fibras de alto desempenho projetadas para obter maior resistência, rigidez e resistência térmica ou química em aplicações específicas.

Com as fibras de aço de alta capacidade no mercado, há um desejo natural de aproveitar sua disponibilidade no projeto, reduzindo potencialmente a espessura do revestimento do túnel ou substituindo o reforço convencional com barras de aço sempre que possível, devido às vantagens mencionadas acima. Esse tipo de projeto reduz os custos de construção e pode oferecer soluções mais sustentáveis com carbono embutido no concreto sendo menor, reduzindo o volume de concreto usado e a quantidade de aço.

Este artigo apresenta um estudo de caso de um projeto de túneis na Austrália em que as fibras de aço de alto desempenho foram adotadas no projeto e avaliadas por meio de testes, apresentando benefícios significativos para o projeto.

2 MELHORIA DA CAPACIDADE DE RUPTURA EM JUNTAS DE SEGMENTOS DE TBM

Os efeitos de ação do projeto, essencialmente momentos fletores e forças axiais, que atuam no revestimento de um segmento pre-moldado precisam ser transferidos entre os segmentos de um anel por meio do desempenho de suas juntas, especialmente as juntas longitudinais ou radiais. Essas ações são transferidas por compressão simples, em que a excentricidade aplicável induz a uma rotação da junta devido aos momentos fletores que atuam nos corpos dos segmentos ou a quaisquer distorções adicionais decorrentes de imperfeições geométricas da construção do anel.

O mecanismo de falha imediato associado à compressão da junta é uma falha simples de área de contato. Entretanto, essa compressão simples e seu formato deformado associado geram tensão em uma determinada profundidade, conforme ilustrado na Figura. 1a. Suponha que a seção seja hipoteticamente dividida verticalmente em duas ao longo do eixo central da carga aplicada. Nesse caso, é fácil visualizar que a zona superior das duas seções tende a formar uma tigela sob as cargas, deformando-se transversalmente para dentro. Em contrapartida, a área mais profunda das duas seções tende a se mover e girar transversalmente para fora.

Como resultado, o início da seção tende a entrar em compressão, enquanto a região mais profunda está em tensão, com uma possível falha de ruptura/separação associada. Esse comportamento também é confirmado pelas análises elásticas realizadas por Iyengar (1962), conforme mostrado na Figura. 1b.

O modelo típico de juntas longitudinais geralmente envolve a análise das tensões elásticas aplicáveis que atuam na zona de ruptura potencial dentro da região perturbada (região D), seja com análise numérica ou com base em uma solução aproximada proposta por Iyengar (1962). Suponha que a tensão máxima de tração na região D seja menor do que a resistência à ruptura projetada do segmento de CRF, que é a resistência à ruptura por tração máxima reduzida por um fator de segurança. Nesse caso, o projeto é considerado satisfatório sem requisitos adicionais de reforço com base na suposição de que o risco de início de fissuras paralela à carga aplicada é atenuado e que o reforço de fibra controla qualquer fissura menor preexistente. Por outro lado, se a resistência máxima à tração for excedida, serão necessárias verificações adicionais, assumindo-se que a resistência residual à tração do CRF seja necessária ou que seja aplicado um reforço adicional de barra convencional.

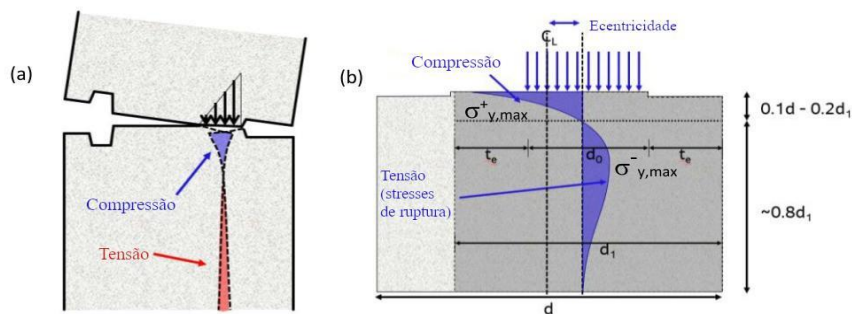


Figura 1. (a) Comportamento conceitual da compressão da junta. (b) Distribuição das tensões transversais ao longo do eixo central equivalente das cargas (Harding, 2022).

Se a capacidade residual à tração do CRF for usada no projeto sem reforço de barra, a análise das juntas com cargas concentradas geralmente seguirá o modelo clássico de suporte e amarração proposto por Leonhardt e Mönnig (1973). Assume-se que a difusão das tensões transversais se desenvolve dentro da região D, que se supõe estar limitada à espessura do segmento (d ou h) ou à espessura efetiva (d_1 ou ' $h-2e$ '), conforme mostrado na Figura. 1b. As tensões transversais de tração são distribuídas uniformemente em um comprimento de $0,8h$, enquanto a compressão é distribuída ao longo de $0,2h$, conforme mostrado na Figura. 2.

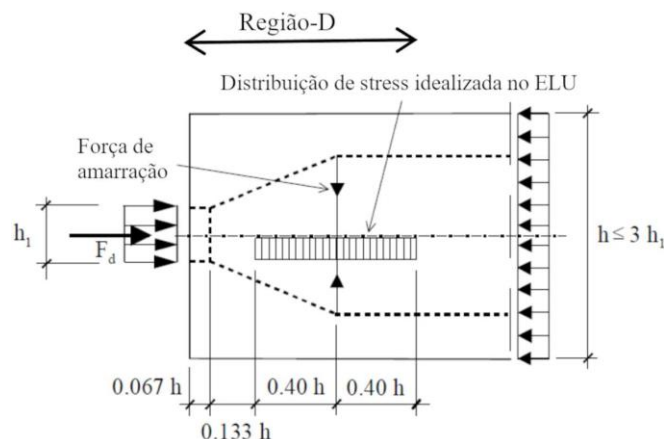


Figura 2. Modelo de suporte e amarração para projetar áreas parcialmente carregadas (DafStb, 2010).

A análise do projeto de uma seção do metrô de Sydney com profundidades próximas a 90 m e com altas pressões de água subterrânea indicou que as juntas longitudinais dos segmentos de 260 mm de espessura (com um comprimento de junta de 130 mm) poderiam sofrer forças axiais de até 4.000 kN/m no ELU, ou seja, já fatoradas, com uma excentricidade de até 30 mm (Figura. 3), incluindo imperfeições geométricas de

construção do anel. Essa carga pode ser aplicada como um bloco de tensão retangular equivalente com um comprimento de 50 mm.

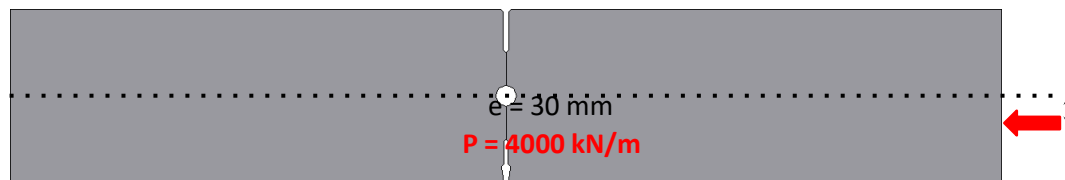


Figura 3. Caso de carga crítica da junta para projeto de revestimento segmentar.

Uma força de amarração $T = 750 \text{ kN/m}$ pode ser estimada com base na equação apresentada na Figura 3, considerando $F_d = 4000 \text{ kN/m}$, $h_1 = 50 \text{ mm}$, $h = 260 \text{ mm}$ e $e = 30 \text{ mm}$. A capacidade R projetada para resistir a essa força de tração é estimada multiplicando-se a resistência residual à tração do CRF ao longo do comprimento de $0,8(h-2e)$ e fatorado por um fator de redução típico de 0,6. A capacidade de projeto foi estimada como $R = 151 \text{ kN/m}$ com base em uma resistência à tração residual típica de 1,575 MPa para um $fr_1 = 3,5 \text{ MPa}$ associado para misturas CRF usando a fibra Dramix 4D 80/60 BG (resistência à tração de 1800 MPa).

A capacidade de projeto estimada acima está significativamente abaixo da força do tirante de projeto, indicando uma falha de separação que, em princípio, exigiria reforço adicional da barra. Entretanto, há uma desvantagem significativa na suposição apresentada acima. A região D presumida baseia-se em soluções elásticas que ignoram os efeitos benéficos do reforço de fibra ao permitir o desenvolvimento da propagação de rachaduras de maneira controlada, o que provavelmente aumentaria significativamente a profundidade da região D. Desse modo, a equipe de projeto adotou as seguintes etapas para investigar a capacidade real de um segmento de CRF:

- Aumento da capacidade de tração residual dos segmentos usando fibras de aço de alto desempenho. A fibra Dramix 4D 80/60 BG usada anteriormente, com uma resistência à tração de 1800 MPa, foi substituída pela mais nova Dramix 4D 80/60 BGP, com uma resistência à tração de 2200 MPa. O modelo da mistura de concreto visava um $f_{ck} = 66 \text{ MPa}$ com $fr_1 > 4 \text{ MPa}$ e $fr_4 > 4 \text{ MPa}$, alcançado sem nenhum aumento na contagem de fibras em comparação com o tipo de fibra anterior.
- O projeto seria baseado em uma análise de tensão não-linear para estimar com mais precisão a propagação de rachaduras e o desenvolvimento de resistência resultante do reforço de fibra. É importante observar que o Código Modelo 2010 (fib, 2013), Seções 7.2.2.4.4 e 7.11, e a AS 5100.5, Seção 2.3.6, recomendam que os valores médios das características do material sejam considerados nessa análise.
- O projeto também seguiria os princípios de verificação assistida por testes descritos na seção 7.12 do Código Modelo 2010 (fib, 2013) com base em uma combinação com o modelo não-linear descrito anteriormente. A verificação assistida por testes é o procedimento em que os testes de carga em uma série limitada de amostras representativas são usados para determinar a resposta de membros ou sistemas estruturais. A verificação assistida por testes tem como objetivo obter valores de projeto para os parâmetros que regem a resposta de membros e sistemas estruturais sob condições de carga especificadas para um determinado estado limite, neste caso, falha por separação/ruptura.

4 ANÁLISE DE TENSÃO NÃO-LINEAR

Um modelo constitutivo de fissuras distribuídas foi adotado no software comercial ATENA para modelar tanto a separação quanto o rompimento do concreto. O modelo de plasticidade para rompimento é baseado na superfície de ruptura triaxial de Menetrey e Willam (1995), dada por:

$$F_{3P}^p = \left[\sqrt{1.5} \frac{\rho}{f_c'} \right]^2 + m \left[\frac{\rho}{\sqrt{6} f_c'} r(\theta, e) + \frac{\xi}{\sqrt{3} f_c'} \right] - c = 0 \quad (1)$$

$$m = 3 \frac{f_c'^2 - f_t'^2}{f_c' f_t'} \frac{e}{e+1}, \quad r(\theta, e) = \frac{4(1-e^2) \cos^2 \theta + (2e-1)^2}{2(1-e^2) \cos \theta + (2e-1)[4(1-e^2) \cos^2 \theta + 5e^2 - 4e]^{\frac{1}{2}}} \quad (2)$$

Todo o modelo também pode ser descrito com relação à lei de tensão-deformação uniaxial equivalente, conforme ilustrado na Figura. 4a, com o comportamento de compressão antes do pico seguindo a Cláusula do Código Modelo 7.2.3.1.3 (fib, 2013) descrito por:

$$\sigma_c^{ef} = f_c'^{ef} \frac{kx - x^2}{1 + (k-2)x}, \quad x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}, \quad k = \frac{E_o}{E_c} \quad (3)$$

Os efeitos do confinamento biaxial são considerados com base na relação apresentada por Kupfer et al. (1969), ilustrada na Figura. 4b. O modelo acima foi ajustado na zona de tração para seguir a lei de tração constitutiva proposta pelo Model Code 2010 (fib, 2013), conforme mostrado na Figura. 5.

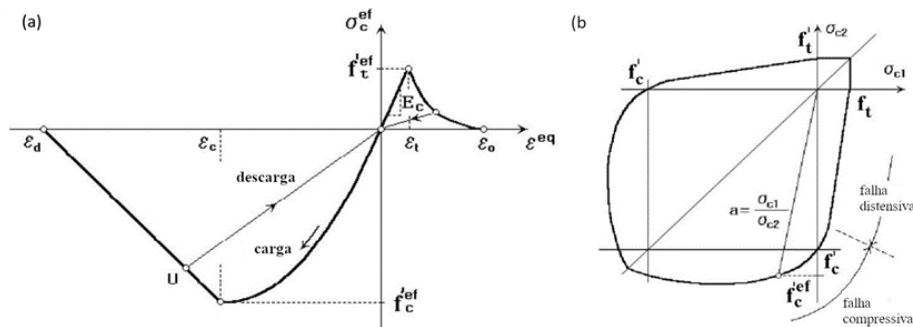


Figura 4. Modelo de concreto: (a) Lei de tensão-deformação uniaxial (fib, 2013); (b) Função de falha biaxial (por Kupfer, 1969).

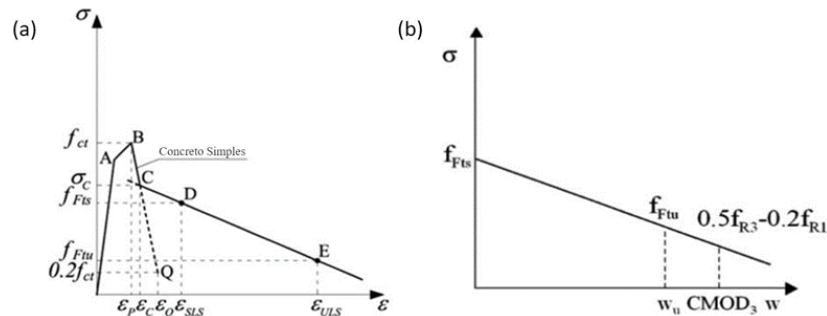


Figura 5. (a) Lei constitutiva de tração do Model Code 2010 (fib, 2013); (b) definições de largura de trinca correspondentes.

O teste de pré-produção do projeto da mistura indicou um valor de $f_{cm} = 75$ MPa para o $f_{ck} = 66$ MPa proposto, também confirmado durante o teste de produção. As resistências à tração por flexão residual discutidas anteriormente foram convertidas em resistência à tração uniaxial residual equivalente pelos fatores de bloco de tensão equivalente de 0,45 e 0,37, respectivamente. O pico da resistência à tração uniaxial foi adotada com base no valor característico desejado estimado pelas equações fornecidas pelo Model Code 2010, resultando em um valor de $f_{ctk} = 3,2$ MPa, notando-se que isso subestima a resistência à tração real, considerando uma resistência à ruptura por tração especificada de 5 MPa para a mistura. O módulo de Young foi adotado como $E = 37800$ MPa.

Dois segmentos parciais com 750 mm de comprimento cada foram modelados para representar os efeitos combinados de flexão dos segmentos e da junta. A junta inclui a barra-guia de 32 mm de diâmetro e os recessos de canto da gaxeta e da calafetagem de 65 mm de comprimento cada. Considerando que a profundidade do segmento é de 260 mm, o comprimento de contato restante para as juntas longitudinais é de 130 mm, dos quais

32 mm são o diâmetro da haste-guia. Os elementos de contato foram usados entre os segmentos com ligação zero aplicada, ou seja, resistência à tração zero.

Para atingir a falha, ou seja, o colapso, a carga é aplicada a uma excentricidade de 30 mm em um lado do modelo, empregando um deslocamento aplicado que é aumentado gradualmente para induzir a rotação da junta.

A Figura. 6 apresenta as tensões principais menores, ou seja, tensões de compressão, desenvolvidas em uma rotação da junta de 11,57 mrad. Como observado, as tensões são distribuídas ao longo de todo o comprimento de contato em um lado da barra-guia e aproximadamente 15 mm no outro lado, o que, se convertido em uma carga equivalente uniformemente distribuída, poderia ser considerado, de forma conservadora, como atuando somente em um lado da haste, ou seja, com $a = 50$ mm. A largura máxima da trinca observada foi de aproximadamente 0,6 mm, sem sinais de formação de falha em cunha, ou seja, cisalhamento por punção do bloco de tensão. A Figura. 7 mostra o comportamento de rotação de carga da junta de CRF com um pico de resistência de aproximadamente 6250 kN/m. Estima-se uma resistência de projeto de 3810 kN/m se um fator de redução de 0,6 for aplicado à resistência de pico prevista.

Considerando que ela é apenas cerca de 6% menor do que a carga ELU, ou seja, já fatorada, essa capacidade pode ser considerada aceitável se verificada por meio de testes devido ao aumento da confiança nas previsões.

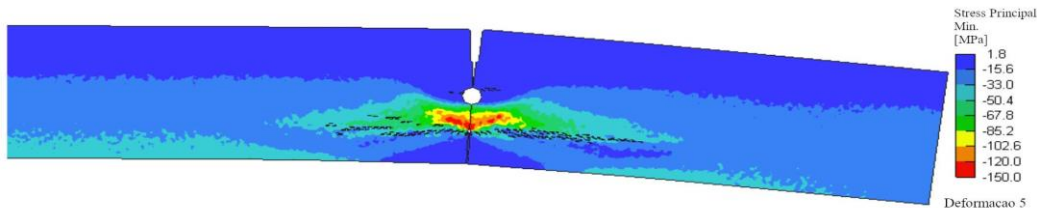


Figura 6. Distribuição da tensão principal menor (compressão) na capacidade máxima com uma largura máxima de trinca observada de aproximadamente 0,5 mm.

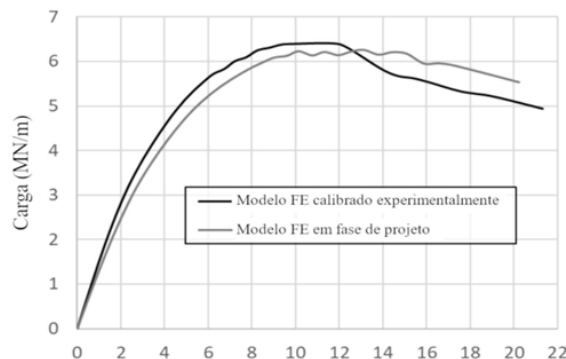


Figura 7. Resultados do modelo para desempenho de rotação de carga.

3 VERIFICAÇÃO AUXILIADA POR ENSAIOS

Três corpos de prova representativos das juntas dos segmentos foram ensaiados quanto à ruptura sob cargas concentradas para verificar as previsões acima de ruptura e separação. As amostras de juntas eram colunas quadradas com dimensões de 260 mm x 260 mm x 650 mm e moldadas com o mesmo molde de mistura de concreto adotado para os segmentos. A seção superior das colunas foi formada para ter a mesma geometria das juntas longitudinais do segmento. O layout dos ensaios está representado na Figura 8.

Os sensores LVDT foram conectados a um lado das amostras e posicionados contra braços de referência colados no outro lado do corpo de prova (Figura 8 Esquerda) em várias profundidades para monitorar a expansão lateral e, conseqüentemente, as larguras das trincas. Os corpos de prova foram dispostos em toda a área disponível da junta em um lado da haste-guia, em um comprimento de 50 mm (Figura 9). Essa configuração representa uma excentricidade de 40 mm, que é mais severa do que o caso discutido anteriormente e, portanto, considerada conservadora para fins de verificação.

A Figura 9 apresenta os resultados do ensaio em relação a uma retroanálise numérica dos ensaios para calibrar os parâmetros do CRF. Infelizmente, a máquina de compressão usada nos testes não era controlada por servo-deslocamento e, portanto, não pôde capturar o comportamento pós-pico com precisão, pois os incrementos de teste foram baseados em cargas e não em deslocamento. No entanto, a fase mais relevante dos testes até a resistência de pico foi capturada adequadamente e pode ser usada em comparação com as previsões do modelo. O desempenho pós-pico também pôde ser avaliado qualitativamente comparando-se os padrões de rachadura observados nas amostras e aqueles observados no modelo numérico (Figura 9).

Conforme observado, o modelo de retroanálise representou os resultados experimentais com um alto grau de concordância em relação a cargas, largura de fissura e comprimento. Deve-se observar, no entanto, que o modelo parou em uma largura de fissura de 1,9 mm, enquanto os testes tiveram larguras de fissura de até 7 mm. Uma observação importante dos testes de verificação é o comprimento de desenvolvimento das trincas e, portanto, a profundidade da região D. Em todos os testes, o comprimento médio correspondeu a aproximadamente 2 a 2,7 vezes a espessura efetiva de 180 mm (ou seja, 260-2x40). Essa observação confirmou as hipóteses anteriores de que uma região D limitada a $0,8(h-2e)$ é excessivamente conservadora e não consegue captar adequadamente o benefício das fibras.

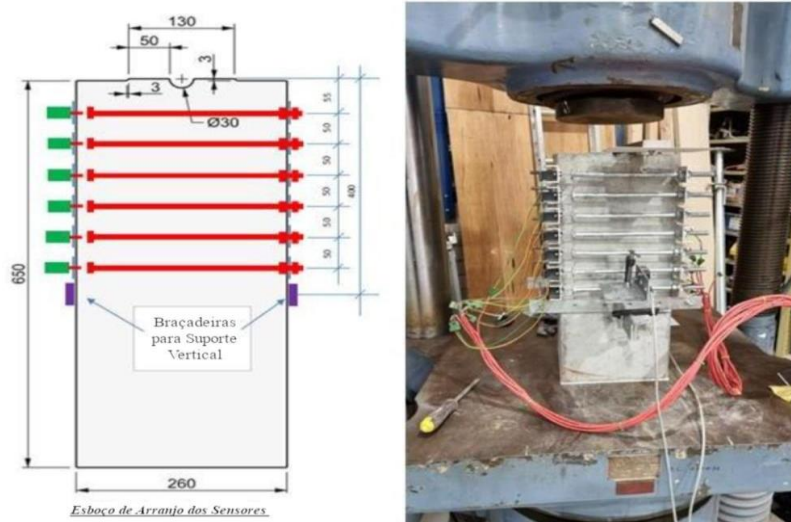


Figura 8. Configuração do ensaio

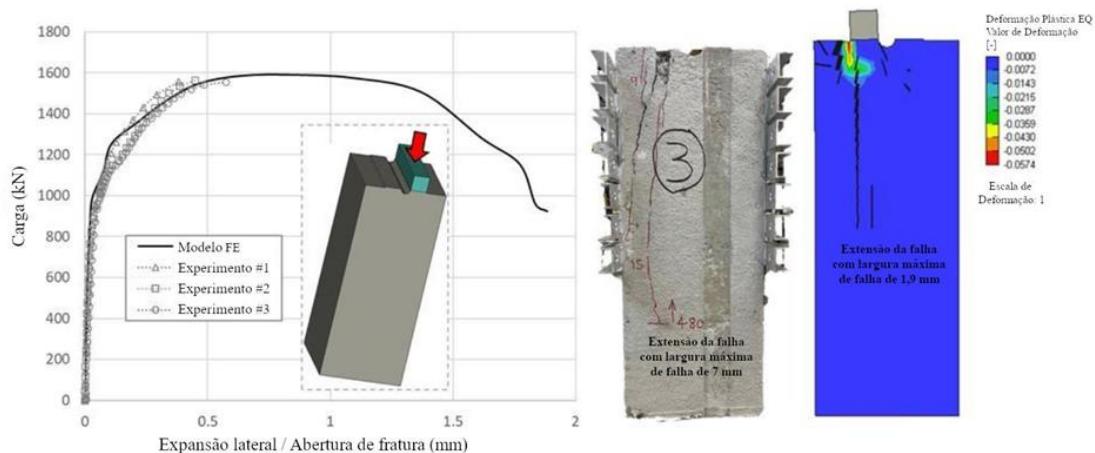


Figura 9. Resultados dos testes experimentais versus retroanálise numérica: (Esquerda) curvas de carga versus fissura; (Direita) comparação do padrão de fissuras entre as amostras físicas e o modelo numérico.

Com base apenas nos resultados do teste, pode-se estimar que um comprimento de junta de 1 m forneceria uma capacidade máxima de $1.600 \text{ kN} \times 1.000 \text{ mm} / 260 \text{ mm} = 6.150 \text{ kN/m}$. Entretanto, conforme

destacado acima, esses testes impuseram uma excentricidade maior e, portanto, são conservadores, pois a junta sofre rotações mais significativas.

Os parâmetros de material adotados nas análises do projeto da junta do segmento foram recalibrados com base nos resultados da retroanálise numérica atual como uma verificação final do projeto. A análise discutida na seção anterior foi então executada novamente. A Figura 7 apresentou a curva recalibrada experimentalmente com uma capacidade prevista marginalmente maior, ou seja, 6350 kN/m em vez dos 6250 kN/m anteriores, indicando uma previsão de Classe A de boa qualidade durante a fase de projeto. Com base no exposto acima, ganhou-se confiança suficiente com a análise não-linear e a verificação auxiliada por testes para confirmar que não era necessário um reforço adicional de barras. Esse resultado garantiu economia razoável nos custos comerciais e de carbono, além de benefícios para o pátio de pré-moldados por não precisar lidar com o reforço da escada de junção, melhorando ligeiramente o programa de pré-moldagem.

5 CONCLUSÕES

Com as fibras de aço de alto desempenho disponíveis no mercado, há oportunidades significativas para que os projetistas ofereçam soluções econômicas por redução da espessura do revestimento do túnel e/ou substituição do reforço convencional com barras de aço sempre que possível. As soluções de CRF podem reduzir os custos de construção e oferecer soluções mais sustentáveis devido a uma menor pegada de carbono associada ao volume reduzido de concreto e à quantidade de aço. Além disso, os projetos de túneis de grande escala podem economizar várias semanas em sua agenda ao eliminar as tarefas associadas à suspensão e à colocação de gaiolas de reforço, já que o CRF pode ser bombeado ou pulverizado diretamente. As simplificações no canteiro de obras também aumentam a segurança, pois a redução das tarefas de mão de obra intensiva reduz o pessoal envolvido e sua exposição ao trabalho em altura.

No entanto, os métodos convencionais de projeto nem sempre representam total ou adequadamente o comportamento do CRF, limitando os benefícios dessa solução. A modelagem não-linear de tensões, juntamente com a verificação auxiliada por testes em larga escala em campo ou em laboratório, pode ser um método valioso para entender melhor os problemas em questão e obter as soluções econômicas desejadas, conforme ilustrado pelo estudo de caso apresentado neste artigo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barrett, S. V. L. and McCreath, D. R. (1995). Shotcrete Support Design in Blocky Ground: Towards a Deterministic Approach. *Tunnelling and Underground Space Technology*, Volume 10(1), pp. 79-89.
- Bernard, E. S. (2008). Embrittlement of Fiber-Reinforced Shotcrete. *Shotcrete*, V. 10, No. 3, Summer 2008, pp. 16-21.
- Bernard, E. S., Oliveira, D. A. F, Forrest, B. H. (2022). In situ flexural failure of unbonded fibre reinforced shotcrete linings in response to point loading. *Tunnelling and Underground Space Technology* 119 (2022) 104235.
- DafStb (2010). DAFStb-Guideline—steel fibre reinforced concrete, pp. 48. Berlin, Germany (German version).
- fib (2013). fib Model Code for Concrete Structures 2010. Lausanne: fibHarding, A. (2022). Tunnel segmental lining design Course Notes. IngeOexpert. <https://ingeoexpert.com/en/courses-online/tunnel-segmental-lining-design-course/>
- Iyengar, K. T. (1962). Two-Dimensional Theories of Anchorage Zone Stresses in Post-Tensioned Beams. *ACI Journal Proceedings*, V. 59, No. 10, Oct., pp. 1443-1466.
- H. Kupfer, H. K. Hilsdorf and H. Rusch (1969). Behavior of Concrete under Biaxial Stresses. *ACI Materials Journal*, Vol. 66, pp. 656-666.
- Leonhardt F, Mönig E.(1973) Vorlesungen uber Massivbau. Casos Especiais de Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado - Volume 2 - Portuguese Brazilian Edition, Publisher: Interciência (1978).

Menetrey, P. & Willam, K.J. 1995. Triaxial Failure Criterion for Concrete and its Generalization. *ACI Structural Journal*. 1995;92:311-8

Oliveira D. and Kozak P., 2021. A Review of the Behaviour of Domed Rock Bolt Plates and their Use in Sydney Tunnelling". *Australian Geomechanics* 56 (3), pp 73-84.