XXII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
XI Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
24 a 28 de agosto de 2026 – Brasília/DF
DOI: 10.47094/COBRAMSEG2026.5/36

Avaliação Numérica de Fundação Direta com o Uso do método do Ponto Material

Tiago de Jesus Souza, Dsc.
Professor Doutor, Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), São Carlos Brasil, tiagosouza@ufscar.br

José Thiago da Silva Maciel, Eng. civil
Aluno de mestrado, Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), São Carlos Brasil, jtsmaciel@estudante.ufscar.br

RESUMO: Avalia-se o comportamento de uma fundação rasa por meio de simulações numéricas utilizando o Método do Ponto Material (MPM), implementado no Anura3D, com foco em regimes de grandes deformações. As análises contemplam a evolução dos recalques, forças de reação e plastificação do solo até a ruptura, sob carregamento incremental com controle por carga e por deslocamento. O modelo foi desenvolvido em deformação plana, adotando-se Mohr–Coulomb para o solo e comportamento linear elástico para a fundação. Observa-se resposta marcadamente não linear, com amplificação progressiva dos deslocamentos verticais à medida que o carregamento é elevado. Para validação do modelo, elaborou-se modelo equivalente em MEF, utilizando o software aberto Balthazar, preservando geometria, parâmetros constitutivos e condições de contorno. As curvas tensão × recalque apresentaram elevada concordância, assim como os campos de deslocamentos, evidenciando consistência entre as abordagens. O MPM mostrou-se particularmente eficiente na mitigação de distorções numéricas associadas a grandes deformações, destacando-se como alternativa robusta para problemas com plastificação progressiva e ruptura. A utilização de ferramentas abertas reforça a autonomia tecnológica e reduz a dependência de soluções comerciais de alto custo.

PALAVRAS-CHAVE: Fundação direta, Método do Ponto Material (MPM), Anura3D, Recalque, Tensão no solo, Modelagem numérica.

ABSTRACT: The behavior of a shallow foundation was evaluated through numerical simulations using the Material Point Method (MPM) implemented in Anura3D, focusing on large-deformation regimes. The analyses addressed settlement evolution, reaction forces, and soil plasticity up to failure under incremental loading with both load and displacement control.The model was developed under plane strain conditions, adopting the Mohr–Coulomb constitutive model for the soil and linear elastic behavior for the foundation. A strongly nonlinear response was observed, with progressive amplification of vertical displacements as loading increased.For validation, an equivalent Finite Element Method (FEM) model was developed using the open-source software Balthazar, maintaining identical geometry, constitutive parameters, and boundary conditions. The stress–settlement curves and displacement fields showed strong agreement, confirming consistency between both approaches. MPM proved particularly effective in mitigating numerical distortions associated with large deformations, demonstrating robustness for problems involving progressive plasticity and failure. The use of open-source tools enhances technological autonomy and reduces dependence on high-cost commercial software. MPM emerges as a promising tool for severe nonlinear geotechnical analyses, extending beyond the traditional limitations of mesh-based methods.

KEYWORDS: Shallow foundation, Material Point Method (MPM), Anura3D, Settlement, Soil stress, Numerical modeling.

1 INTRODUÇÃO

As fundações diretas constituem um dos sistemas de fundação mais utilizados na engenharia geotécnica, sendo amplamente aplicadas em obras de pequeno, médio e grande porte. De acordo com a NBR 6122 (2022), uma fundação rasa (também denominada direta ou superficial) é caracterizada por apresentar sua base

assentada a uma profundidade inferior a duas vezes a menor dimensão da fundação, recebendo nessa região as tensões distribuídas responsáveis pelo equilíbrio das cargas aplicadas. A adequada previsão do comportamento dessas fundações, particularmente no que se refere aos recalques e à distribuição de tensões no solo de apoio, é essencial para assegurar o desempenho estrutural e a segurança das obras.

Tradicionalmente, a análise de fundações diretas tem se baseado em soluções analíticas clássicas, que fornecem estimativas iniciais importantes do comportamento tensão–deformação do solo. No entanto, essas abordagens estão associadas a hipóteses simplificadoras que limitam sua capacidade de representar o comportamento não linear do solo e a evolução progressiva dos recalques ao longo do carregamento. Tais limitações tornam-se especialmente relevantes em situações que envolvem níveis elevados de carregamento e deformações significativas, nas quais a resposta real do solo pode divergir substancialmente das previsões analíticas.

Nesse contexto, a modelagem numérica tem se consolidado como uma ferramenta fundamental na engenharia geotécnica, permitindo uma análise mais detalhada das complexidades associadas ao comportamento do solo e das interações solo–estrutura. Métodos numéricos como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método das Diferenças Finitas (MDF) têm sido amplamente utilizados para a análise de problemas geotécnicos, incluindo fundações e estabilidade de taludes (Ceccato et al., 2024). Contudo, métodos lagrangianos convencionais baseados em malha apresentam dificuldades significativas na simulação de problemas com grandes deformações, podendo resultar em distorção excessiva da malha, interrupção das simulações ou perda de precisão dos resultados (Rajendran, 2010; Xie et al., 2025). Essas limitações restringem sua aplicação a estágios iniciais de deformação, especialmente quando se busca compreender a evolução do comportamento do solo sob carregamentos progressivos.

Diante desse cenário, o Método do Ponto Material (MPM) tem ganhado crescente destaque na engenharia geotécnica como uma abordagem robusta para a simulação de problemas que envolvem grandes deformações e interações solo–estrutura. O MPM combina características dos métodos Lagrangiano e Euleriano, permitindo lidar de forma eficiente com deformações extensas sem os problemas associados à distorção da malha (Xie et al., 2025; Zheng et al., 2024). Em função dessas características, o MPM tem sido aplicado em diversos problemas geotécnicos, incluindo análises de capacidade de carga de fundações, deslizamentos de terra, penetração de cone e arrancamento de âncoras (Yerro et al., 2019; Martinelli; Galavi, 2021; Liang et al., 2021; Wang et al., 2021).

Avaliar a capacidade do Método do Ponto Material (MPM), implementado no Anura3D, em representar o comportamento mecânico e a resposta não linear de uma fundação rasa até a condição de ruptura, sob controle por carregamento incremental e por deslocamento, considerando grandes deformações. Busca-se, assim, contribuir para o avanço do uso do MPM em análises geotécnicas de fundações rasas, evidenciando seu potencial como ferramenta complementar às abordagens tradicionais.

2 METODOLOGIA

2.1 Descrição do problema analisado, pré processamento e discretização espacial

Foi analisado um problema de fundação rasa retangular apoiada sobre uma camada horizontal de solo, com o objetivo de avaliar o comportamento do sistema solo–fundação até a condição de ruptura. A análise foi conduzida em condições bidimensionais de deformação plana.

Conforme a Figura 1, a fundação direta foi modelada com geometria retangular, apresentando largura de 3,0 m e altura de 1,5 m, apoiada sobre um maciço de solo homogêneo. O domínio de solo adotado possui 30,0 m de extensão horizontal, 15,0 m de profundidade e 4,0 m de espaço livre superior, garantindo dimensões suficientes para minimizar a influência das condições de contorno nos resultados.

A geometria, a discretização espacial, as propriedades dos materiais e as condições de contorno foram definidas no pré-processador GiD, conforme os procedimentos recomendados pelo Anura3D. A malha computacional foi composta por elementos triangulares não estruturados, adotando-se um tamanho médio de elemento de 0,5 m, adequado para capturar os gradientes de tensão e deformação sob a fundação. A discretização do contínuo pelo Método do Ponto Material (MPM) foi realizada com a atribuição de três pontos materiais por elemento, tanto no domínio do solo quanto da fundação.

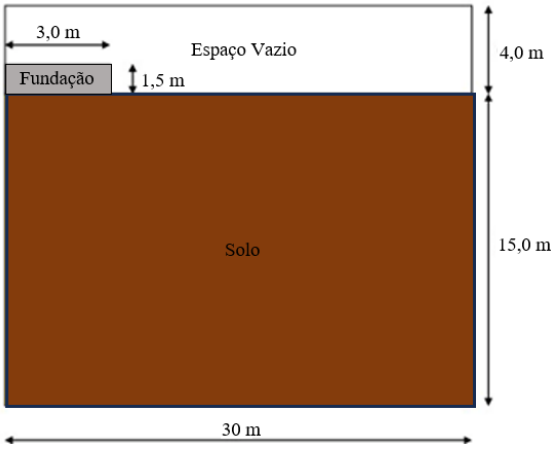


Figura 1. Geometria.

2.2 Caracterização dos materiais e condições de contorno

As análises numéricas consideraram dois materiais distintos: a fundação e o solo de apoio, ambos modelados como materiais secos, em análise monofásica. A fundação foi representada por um meio contínuo homogêneo com comportamento linear elástico, porosidade inicial nula e densidade dos sólidos de 2000 kg/m³. O estado inicial de tensões foi definido com coeficiente de empuxo em repouso $K_0 = 0,5$. O comportamento elástico foi caracterizado por módulo de Young de 50.000 kPa e coeficiente de Poisson igual a 0,33, não sendo atribuídos parâmetros de resistência ao cisalhamento.

O solo foi modelado como um material seco, com porosidade inicial de 0,4 e densidade dos sólidos de 2650 kg/m³, adotando-se igualmente $K_0 = 0,5$. O comportamento mecânico foi descrito pelo modelo constitutivo Mohr–Coulomb, com módulo de Young de 20.000 kPa e coeficiente de Poisson de 0,33. Os parâmetros de resistência ao cisalhamento adotados foram coesão de 0,5 kPa, ângulo de atrito interno de 30°, ângulo de dilatância nulo e resistência à tração igual a zero.

As condições de contorno foram aplicadas exclusivamente à fase sólida. Foram impostas restrições horizontais (direção x) nos limites laterais do domínio e restrições verticais (direção y) na base. No topo do domínio, foi aplicada restrição vertical, excetuando-se a região correspondente à fundação.

2.3 Estratégias de carregamento, controle de deslocamento, malha móvel e forças de reação

O problema foi resolvido por duas abordagens distintas. Na primeira, a fundação foi levada à ruptura por meio da aplicação de carga vertical incremental, utilizando o recurso de *load multipliers*, com incremento progressivo até valores da ordem de −1000 kPa.

Na segunda abordagem, a ruptura foi induzida por controle de deslocamento, mediante a aplicação de uma velocidade prescrita nos pontos materiais da fundação, com valor constante de −0,1 m/s na direção vertical, mantendo-se a direção horizontal livre.

Durante as simulações, foi empregada a funcionalidade de malha móvel do Anura3D. Foram definidos três domínios distintos: região de malha móvel associada à fundação, região comprimida sob a fundação e região de extensão. A malha foi automaticamente ajustada a cada passo de tempo para acompanhar o deslocamento da fundação, preservando o alinhamento da interface solo–fundação e a qualidade geométrica dos elementos.

As forças de reação foram calculadas ao longo da interface solo–fundação por meio da definição de uma superfície específica, sendo obtidas como a soma das reações nodais associadas aos nós pertencentes a essa superfície. Os valores foram registrados a cada passo de tempo, permitindo a obtenção das curvas força–deslocamento.

2.4 Método computacional, parâmetros numéricos e pós-processamento

As análises foram conduzidas como problemas quase estáticos, adotando-se o método de integração nos pontos de Gauss com a opção de integração mista (MPM). O cálculo foi dividido em seis etapas de carregamento, adotando-se um critério de convergência numérica global de 10^{-6} e um critério quase estático baseado na razão entre forças cinéticas e internas, com valor limite de 0,05. O número máximo de passos de cálculo foi fixado em 10^6. O campo gravitacional foi definido com aceleração padrão de 9,81 m/s², sendo aplicado desde o início da análise por meio da opção *Apply gravity load – stepwise*, com multiplicadores unitários constantes iguais a 1,0.

A carga vertical externa foi aplicada no topo da fundação por meio do recurso *Apply solid traction – stepwise*, com valores variando de −100 kPa a −1000 kPa, adotando-se multiplicadores inicial e final de 1,0 e 10,0, respectivamente. A análise foi conduzida integralmente em condição seca, mantendo-se a *opção do not apply liquid pressure*. Já para reduzir oscilações dinâmicas, foi aplicado um coeficiente de amortecimento local homogêneo de 0,7, mantido constante ao longo da simulação. Adicionalmente, foi ativada a opção *apply strain smoothing* para mitigação de *kinematic locking*.

O estado inicial de tensões foi definido por meio da K_0-*procedure*, aplicada ao domínio do solo no início das simulações e os arquivos de entrada GOM e CPS foram gerados e utilizados na execução das simulações no Anura3D.

3 RESULTADOS

3.1 Visualização da malha, identificação dos materiais e deformação do domínio

A visualização inicial dos resultados no ParaView permitiu verificar a correta atribuição dos materiais e a integridade da discretização espacial. O índice de material foi utilizado para distinguir claramente os domínios da fundação e do solo, sendo a fundação identificada como material 1 e o solo como material 2. Essa verificação confirmou a consistência entre a geometria definida no pré-processamento, a discretização espacial e a atribuição das propriedades dos materiais.

Verificou-se que a região definida como malha móvel, associada à fundação, deslocou-se verticalmente acompanhando o movimento imposto pelo carregamento, enquanto a região definida como malha de compressão apresentou redução progressiva de altura. Mesmo após deslocamentos significativos, não foram observadas distorções excessivas dos elementos nem perda de qualidade da malha.

Os pontos materiais da fundação permaneceram contidos dentro dos elementos correspondentes durante toda a análise, não atravessando fronteiras elementares. Esse comportamento assegurou a manutenção adequada da interface solo–fundação, evidenciando a robustez da estratégia de malha móvel para simulações envolvendo grandes deslocamentos.

3.2 Evolução dos deslocamentos

A evolução dos deslocamentos verticais foi analisada tanto espacial quanto temporalmente. A Figura 2 apresenta os campos de deslocamento vertical ao final de cada passo de carregamento, do passo 1 ao passo 6. Nos estágios iniciais, os deslocamentos permaneceram limitados e concentrados imediatamente sob a fundação, indicando um comportamento predominantemente elástico do solo.

Com o avanço das etapas de carregamento, observou-se um aumento progressivo dos deslocamentos verticais e a expansão da zona deformada no maciço. Nos passos finais, os deslocamentos atingiram magnitudes próximas de 0,6 m, com concentração mais intensa junto às bordas da fundação, caracterizando a progressiva mobilização da resistência ao cisalhamento do solo e a aproximação da condição de ruptura global.

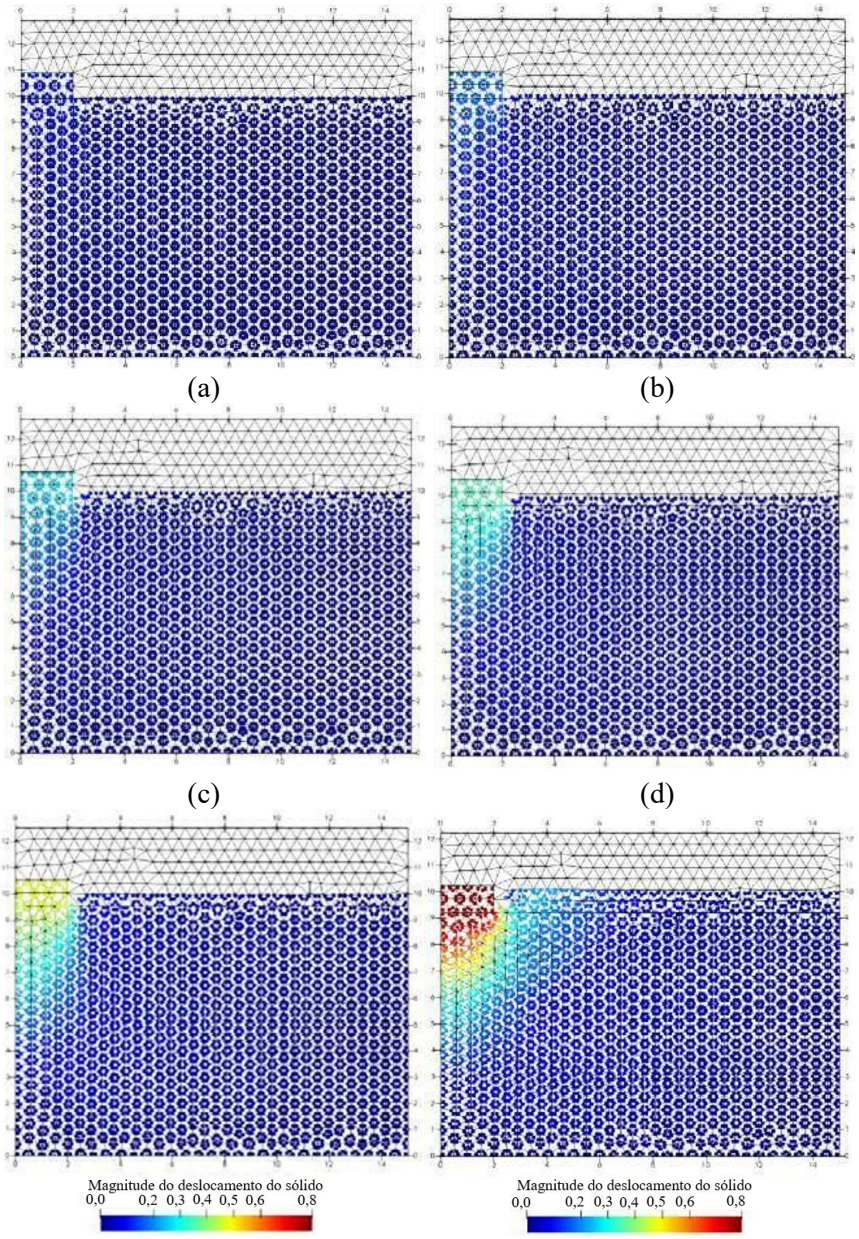


Figura 2. Deslocamento após a) etapa de carga 1, b) etapa de carga 2, c) etapa de carga 3, d) etapa de carga 4, e) etapa de carga 5 e f) etapa de carga 6.

3.3 Forças de reação na interface solo–fundação e resultados por velocidade prescrita

As forças de reação desenvolvidas na interface solo–fundação foram obtidas a partir dos arquivos *RSurf*, que armazenam a soma das reações nodais ao longo da superfície selecionada. A evolução temporal da soma das forças de reação verticais é apresentada na Figura 3. Observou-se que as forças associadas à fundação e ao solo apresentaram valores semelhantes em módulo e sentidos opostos, conforme esperado para um sistema em equilíbrio. A cada passo de carregamento, as forças de reação aumentaram de forma incremental, acompanhando diretamente o aumento do multiplicador de carga aplicado. Ao final do sexto passo de carregamento, a força de reação vertical atingiu valores da ordem de 2000 kN/m, consistentes com a tensão aplicada e a largura da fundação.

Na abordagem baseada em velocidade prescrita, a fundação foi imposta a um deslocamento vertical constante de −0,1 m/s, sem aplicação de tração sólida e sem utilização de critérios de convergência quase

estática. A Figura 4 apresenta os campos de velocidade vertical dos pontos materiais em dois instantes representativos da simulação. Observou-se que os pontos materiais da fundação mantiveram velocidades compatíveis com o valor imposto, enquanto o solo apresentou gradientes de velocidade concentrados sob a fundação, os quais se expandiram progressivamente com o avanço da simulação.

Essa abordagem permitiu conduzir o sistema à ruptura por controle cinemático, evidenciando a propagação das deformações no maciço e a mobilização progressiva da resistência do solo. Os resultados obtidos por velocidade prescrita complementaram aqueles obtidos por controle de carga, fornecendo uma visão mais completa da resposta mecânica do sistema solo–fundação.

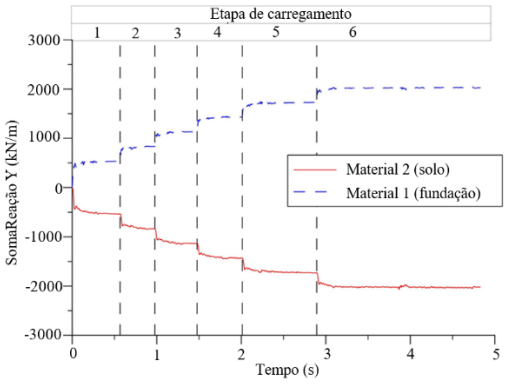
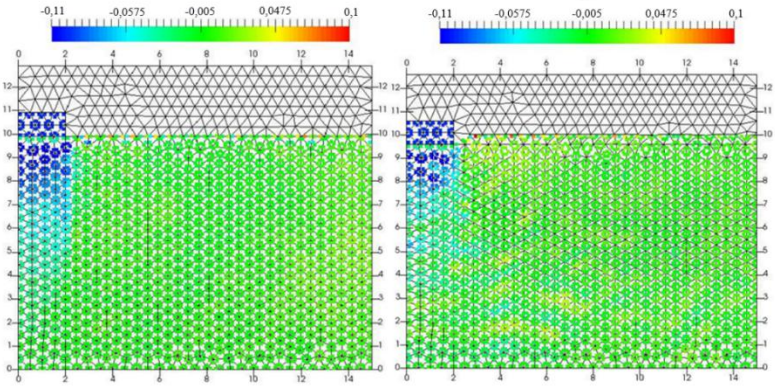


Figura 3. Forças de reação verticais.



(a) t = 0,5 s (b) t = 4 s

Figura 4. Velocidade vertical dos pontos materiais.

Para fins de verificação e análise comparativa, foi elaborado um modelo adicional utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), por meio do software aberto Balthazar. A modelagem foi conduzida mantendo-se rigorosamente a configuração geométrica, os mesmos parâmetros constitutivos do solo e idênticas condições de contorno, garantindo consistência metodológica entre as abordagens. Os resultados de deslocamentos obtidos por ambas as metodologias são apresentados na sequência, permitindo uma comparação direta e tecnicamente coerente entre o MPM e o MEF, com foco na avaliação da convergência e da representatividade dos modelos. O acesso ao software, bem como orientações para sua utilização, estão disponíveis no canal da Geotecnia Brasil, no link de vídeo a seguir: https://www.youtube.com/watch?v=l1hVNE2232U&t=0s

Como pode ser visto na Figura 5, verifica-se forte correspondência no padrão de distribuição e na ordem de grandeza dos deslocamentos, evidenciando consistência entre os resultados obtidos via MPM e MEF.

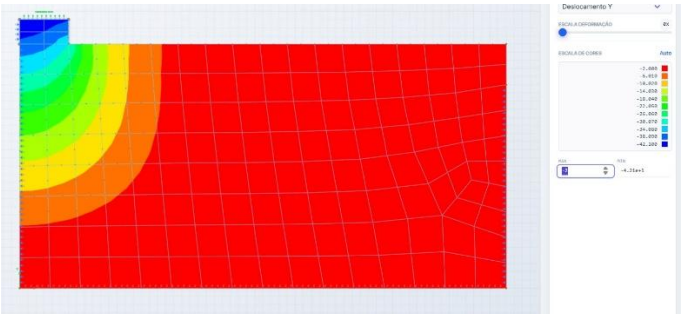


Figura 5. Campos de deslocamentos em elementos finitos

A previsão da curva tensão × recalque é apresentada na figura 6. Observa-se boa aderência entre as curvas obtidas pelo MPM e pelo MEF (Balthazar), indicando comportamento consistente entre as duas abordagens numéricas para as condições analisadas. Essa convergência de resultados reforça a confiabilidade do modelo em MPM, validando sua utilização para a avaliação do comportamento da fundação no contexto estudado.

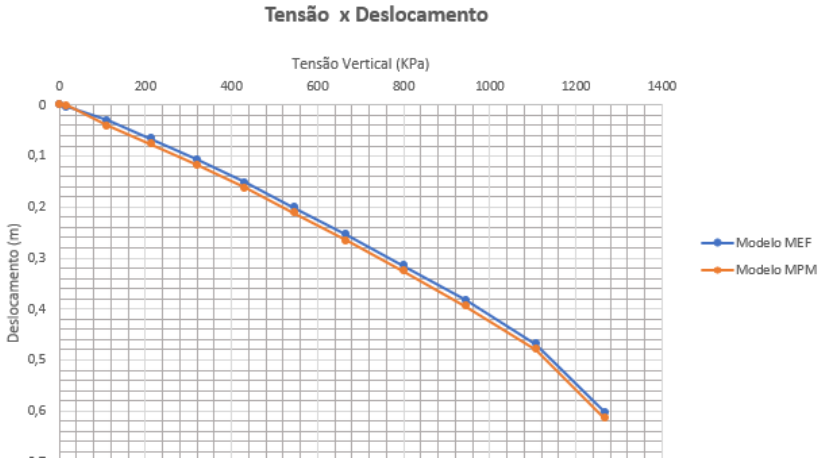


Figura 5. Comparativo de curvas pelo MEF e MPM

4 CONCLUSÕES

As simulações numéricas realizadas com o Método do Ponto Material (MPM), implementado no Anura3D, permitiram avaliar o comportamento de uma fundação rasa sob carregamento vertical incremental e por controle de deslocamento. Os resultados evidenciaram uma resposta não linear do sistema solo–fundação, com aumento progressivo dos recalques à medida que o carregamento foi elevado.

Na análise por controle de carga, a aplicação incremental da tração sólida, com multiplicadores variando de 2,5 a valores da ordem de 4,0, resultou em deslocamentos verticais acumulados próximos de −0,65 m ao final do sexto passo de carregamento. O comportamento em degraus observado na evolução temporal dos deslocamentos confirmou a correta aplicação do carregamento e a obtenção de convergência quase estática em cada etapa. A estratégia de malha móvel mostrou-se eficaz, garantindo a integridade da discretização e a manutenção adequada da interface solo–fundação mesmo para grandes deslocamentos, sem ocorrência de instabilidades numéricas. Já as forças de reação na interface solo–fundação apresentaram comportamento fisicamente consistente, com equilíbrio entre as reações do solo e da fundação e valores máximos da ordem de 2000 kN/m, em concordância com o carregamento aplicado. Além disso, a abordagem por velocidade prescrita (−0,1 m/s) permitiu conduzir o sistema à ruptura por controle cinemático, evidenciando a propagação progressiva das deformações no maciço e complementando a análise por controle de carga.

O uso do Anura3D, plataforma consolidada para simulações em MPM, mostra-se particularmente vantajoso em cenários nos quais métodos tradicionais baseados em malha (como o MEF) podem apresentar limitações associadas à distorção excessiva dos elementos. Em fenômenos como compactação dinâmica,

recalques acentuados, ruptura progressiva e movimentações de massa, o MPM oferece maior robustez numérica e estabilidade computacional.

A comparação com modelo em MEF demonstrou boa aderência nos resultados globais, reforçando a confiabilidade da abordagem e validando o emprego do MPM como ferramenta complementar e, em determinados casos, preferencial para análises geotécnicas avançadas.

Destaca-se ainda a relevância estratégica do desenvolvimento e utilização de softwares abertos, como o Balthazar, que roda integralmente em navegador, sem necessidade de instalação. Iniciativas dessa natureza fortalecem soluções nacionais, reduzem a dependência de ferramentas comerciais externas de alto custo e ampliam o acesso à modelagem numérica no meio acadêmico e profissional.

O uso de ferramentas open source associado a metodologias avançadas como o MPM representa um caminho promissor para a engenharia geotécnica brasileira. Trata-se, contudo, de uma linha de pesquisa ainda incipiente no Brasil, demandando aprofundamento científico, validações experimentais e maior difusão técnica.

Em síntese, a integração entre MPM (via Anura3D) e soluções abertas como o Balthazar aponta para um cenário de maior autonomia tecnológica, inovação e evolução na prática da engenharia geotécnica nacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas (2022). NBR 6122. *Projeto e execução de fundações*. Rio de Janeiro.

Ceccato, F., Yerro, A., Di Carluccio, G. (2024). Simulating landslides with the material point method: Best practices, potentialities, and challenges. *Engineering Geology*, 338, p. 1-16. https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2024.107614

Geotecnia Brasil. (2026). *Balthazar – Introdução e demonstração do software*. YouTube. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=l1hVNE2232U&t=0s>. Acesso em: 12 fev. 2026.

Liang, D., Zhao, X., Soga, K. (2020). Simulation of overtopping and seepage induced dike failure using two-point MPM. *Soils and Foundations*, 60 (4), p. 978–988. https://doi.org/10.1016/j.sandf.2020.06.004

Liang, W., Zhao, J., Wu, H., Soga, K. (2021). Multiscale Modeling of Anchor Pullout in Sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 147 (9). https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0002599

Martinelli, M., Galavi, V. (2021). Investigation of the Material Point Method in the simulation of Cone Penetration Tests in dry sand. *Computers and Geotechnics*, 130, 103923. https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103923

Rajendran, S. (2010). A technique to develop mesh-distortion immune finite elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199 (17–20), p. 1044–1063. https://doi.org/10.1016/j.cma.2009.11.017

Wang, L., Coombs, W. M., Augarde, C. E., Cortis, M., Brown, M. J., Brennan, A. J., Knappett, J. A., Davidson, C., Richards, D., White, D. J., Blake, A. P. (2021). An efficient and locking-free material point method for three-dimensional analysis with simplex elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 122 (15), p. 3876–3899. https://doi.org/10.1002/nme.6685

Xie, T., Zhu, H., Dong, Y., Zhou, M., Wang, B., Zhang, W., Zhao, J. (2025). Geo-interface modeling with material point method: A review. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 17 (6), p. 3950–3972. https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2025.04.001

Yerro, A., Soga, K., Bray, J. (2019). Runout evaluation of Oso landslide with the material point method. *Canadian Geotechnical Journal*, 56 (9), p. 1304–1317. https://doi.org/10.1139/cgj-2017-0630

Zheng, X., Wang, S., Yang, F., Yang, J. (2024). Material point method simulation of hydro-mechanical behaviour in two-phase porous geomaterials: A state-of-the-art review. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 16 (6), p. 2341–2350. https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2023.05.006