XXII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
XI Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
24 a 28 de agosto de 2026 – Brasília/DF
DOI: 10.47094/COBRAMSEG2026.5/76

Método para Determinação do Coeficiente de Recalque Horizontal Aplicado a Estacas Isoladas Carregadas Lateralmente

Henrique Dinis
Professor Pesquisador, Escola de Engenharia da Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, Brasil, henrique.dinis@mackenzie.br

RESUMO: A determinação do Coeficiente de Recalque Horizontal, quando aplicado a estacas isoladas, apresenta muitas variáveis, algumas delas de difícil avaliação. A maior dificuldade refere-se ao fato de que uma estaca, quando submetida a carregamentos horizontais, não apresenta uniformidade nos recalques ao longo da profundidade, especialmente, quando flexível. Por outro lado, para recalques verticais em placas rígidas, sua resolução leva a equações lineares simples, que consideram como variáveis: a forma e dimensões da placa; as propriedades do solo, para carregamentos uniformemente distribuídos. Como proposta para determinação do coeficiente de recalque horizontal, o presente método tem como base a expressão obtida por Schliecher (1926), para determinação de recalques verticais, se procedendo a adaptações para sua ulilização quanto a recalques horizontais, quando aplicada a estacas isoladas. Dentre as adaptações, propõe-se, em especial, um fator corretivo para prever a anisotropia do solo com a profundidade, como também, critério específico para avaliação do fator de forma, propondo uma placa equivalente à superfície de projeção da estaca, obtida a partir de séries de processamentos efetuados pelo Método do Elementos Finitos unidimensional, aplicado a uma estaca isolada, quando carregada por uma força horizontal agindo no topo. Como resultado, o trabalho apresenta o desenvolvimento teórico e analítico para embasamento do método proposto, evidenciando as formulações obtidas a serem utilizadas para a determinação do Coeficiente de Recalque Horizontal. Demonstra, por meio de aplicação do método, um caso com desenvolvimento analítico para determinação do Coeficiente de Recalque Horizontal.

PALAVRAS-CHAVE: Coeficiente de Recalque Horizontal, Estacas Carregadas Lateralmente, Estacas Isoladas, Recalques Horizontais em Estacas.

ABSTRACT: The determination of the Horizontal Settlement Coefficient, when applied to isolated piles, presents many variables, some of them difficult to evaluate. The greatest difficulty refers to the fact that a pile, when subjected to horizontal loading, does not present uniformity in settlements along the depth, especially when flexible. On the other hand, for vertical settlements in rigid plates, their resolution leads to simple linear equations, which are considered as variables: the shape and dimensions of the plate; soil properties, for evenly distributed loads. As a proposal for determining the horizontal settlement coefficient, the present method is based on the expression obtained by Schliecher (1926), for the determination of vertical settlements, proceeding to adaptations for its use in relation to horizontal settlements, when applied to isolated piles. Among the adaptations, it is proposed, in particular, a corrective factor to predict the anisotropy of the soil with depth, as well as a specific criterion for the evaluation of the form factor, proposing a plate equivalent to the projection surface of the pile, obtained from series of processing carried out by the one-dimensional Finite Element Method, applied to an isolated pile, when charged by a horizontal force acting on top. As a result, the work presents theoretical and analytical development to support the proposed method, evidencing the formulations obtained to be used to determine the Horizontal Settlement Coefficient. It demonstrates, through the application of the method, a case with analytical development to determine the Horizontal Settlement Coefficient.

KEYWORDS: Horizontal Settlement Coefficient, Laterally Loaded Piles, Isolated Piles, Horizontal Settlements on Piles.

1 INTRODUÇÃO

As estacas, quando carregadas lateralmente, apresentam deslocamentos horizontais como resultado das próprias deflexões de sua linha elástica, pelo efeito de flexão, do solo, que como meio elástico envolvendo a estaca, reduz as deformações por flexão, proporcionando maior capacidade ao equilíbrio estático. Como decorrência, de modo favorável, obtém-se um nível de esforços à flexão e deformações, compatíveis à capacidade estrutural das estacas. A rigidez do solo, levada à dimensão linear, tem a conotação de módulo de deformação – m_h, de tal forma que corresponda à proporcionalidade entre as reações lineares do solo *qh*, com as deformações da estaca *y*, como se verifica pela expressão a seguir:

$$q_h = y.m_h \quad (1)$$

sendo:
q_h : reação linear ao longo do fuste da estaca;
y: respectiva deformação horizontal que acarretou na deação q_h;
m_h: módulo de proporcionalidade entre a reação e a deformação horizontal, sendo uma propriedade do solo.

O problema de uma estaca submetida a carga lateral envolve duas grandezas distintas, mas intrinsicamente interligadas, que são as deflexões da estaca e, concomitantemente, a cada profundidade, as deformações do solo. A partir da integração da equação da linha elástica de uma estaca confinada no solo, pode-se isolar uma constante, denominada de rigidez estaca-solo, utilizada para relacionar a rigidez relativa com que cada um desses elementos contribui na grandeza da rigidez conjunta entre a estaca e o solo. Para os solos coesivos pré-adensados e para as areias, apresenta-se expressões independentes, como a seguir:

Para argilas pré-adensadas (em adimensional):

$$R = \sqrt[4]{\frac{E.I}{K_{h,\lambda}.B}} \quad (2)$$

Para areias, siltes e argilas normalmente adensadas (em adimensional)

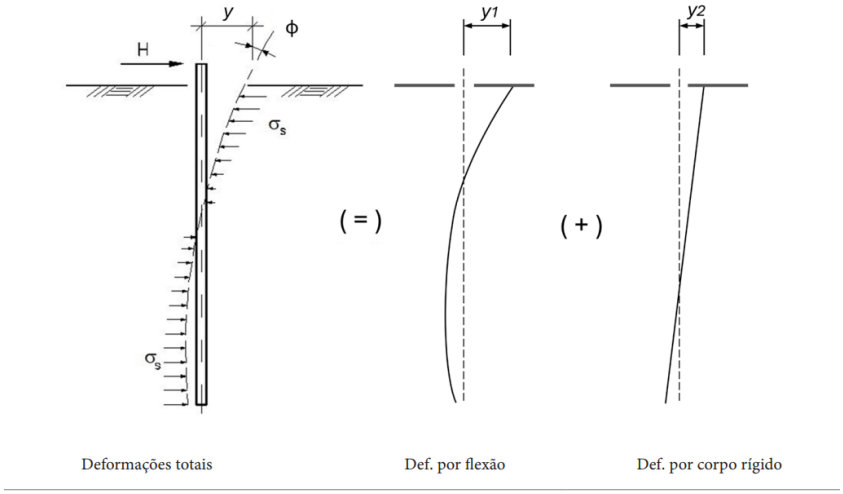
$$T = \sqrt[5]{\frac{E.I}{K_{h,\lambda}.B}} \quad (3)$$

Alguns autores buscaram estabelecer limites para a rigidez estaca-solo, estabelecendo intervalos para seus valores, em função do comportamento estrutural da estaca, identificando, como limite superior, o estado rígido de flexão; no inferior, o estado preponderante por flexão; e um estado intermediário, com características estruturais intermediárias de comportamento. Pesquisadores que desenvolveram métodos de resolução para o problema estaca-solo propuseram valores para esses limites razoavelmente semelhantes. Entre eles, destacam-se Matlock e Reese (1960) e Davisson (1970), cujas referências apresentam resultados consensuais, como a seguir:

$$\frac{\ell}{R \text{ ou } T} \leq 2 \text{ (rígida)} \quad (4)$$

$$\frac{\ell}{R \text{ ou } T} \geq 2 \text{ (flexível)} \quad (5)$$

Ao se enquadrar como rígida, há a tendência da estaca se comportar como um corpo rígido, apresentando unicamente deslocamentos no solo, como corpo rígido, sem que ocorram deflexões significativas da LE e como flexível, as deformações da LE preponderam em relação aos deslocamentos por corpo rígido, como se pode observar na Figura 1. No caso intermediário, o estado de deformações refere-se a uma composição de deslocamentos por corpo rígido e deflexões da LE.



$$y = y_1 + y_2$$

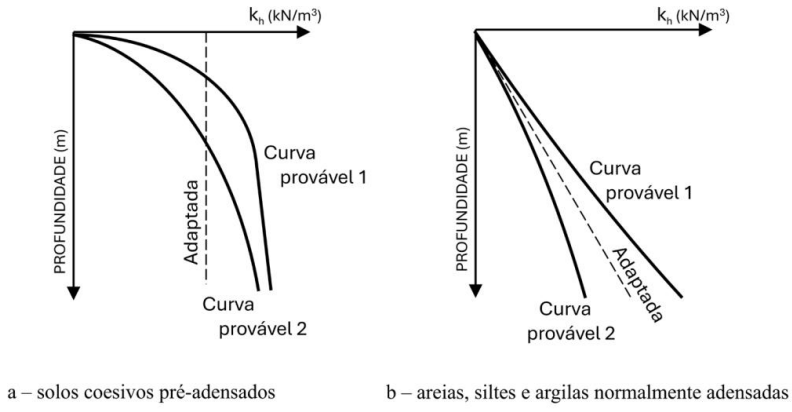
Figura 1. Esquemas de deformação da Linha Elástica.
Fonte: Dinis (2024)

2 COEFICIENTE DE RECALQUE HORIZONTAL (Kh)

Denomina-se coeficiente de recalque horizontal do solo *Kh* , teoricamente, o quociente entre a tensão horizontal σ_h aplicada ao solo por uma placa plana e rígida, e o deslocamento que essa tensão produz, *y*.

$$K_h = \frac{\sigma_h}{y} \tag{6}$$

Vários autores estudaram a variação de kh com a profundidade, muitos apresentando equações que indicam uma variação não linear. Matlock e Reese (1961), como Davisson e Gill (1963), apresentaram estudos para variação não linear e variações segundo a estratificação do solo. Há consenso em relação a uma variação mais acentuada junto à superfície, estabilizando-se ao longo da profundidade, para os solos coesivos, e uma tendência de linearidade, para os solos com predominância arenosa, ao longo de toda a profundidade. Na Figura 2, estão esquematizadas possibilidades para configuração de prováveis curvas de variação de K_h com a profundidade.



a – solos coesivos pré-adensados b – areias, siltes e argilas normalmente adensadas

Figura 2. Propostas para variação do K_h com a profundidade.
Fonte: DINIS (2024)

As argilas pré-adensadas apresentam um comportamento razoavelmente homogêneo por serem compressíveis e coesivas, não havendo variação significativa em relação à profundidade da camada em análise.

Junto à superfície, no entanto, pressões horizontais causam maiores deformações na massa de solo, sendo a curva mais ou menos acentuada em função da maior ou menor coesão do solo. As areias, no entanto, devido à alta porosidade e baixa compressibilidade, ou nenhuma, apresentam melhor estabilidade em sua estrutura granular, nas camadas mais profundas. Assim, quanto maior a profundidade, maior será sua capacidade de reação aos deslocamentos horizontais. No entanto, para grãos de areia de arestas pronunciadas e pouco resistentes, o aumento do deslocamento horizontal devido ao rearranjo das partículas, na profundidade, sofre maior efeito de rearranjo entre os grãos, tendendo a minimizar o acréscimo de rigidez com a profundidade, que as areias com grãos de arestas duras e arredondadas. Ver Figura 2.

Ao se trabalhar com métodos numéricos, expressar a variação de K_h com a profundidade por equações perde a finalidade, já que se pode admitir valores específicos e independentes para cada elemento estrutural em análise ao longo da profundidade. Assim, partindo-se de uma curva básica que represente o tipo de solo, os valores de K_h podem ser corrigidos em cada profundidade, utilizando correlações como: variação do SPT, ou propriedades específicas do solo em que a estaca atravessa, no caso de estratificações, como mostra a Figura 3.

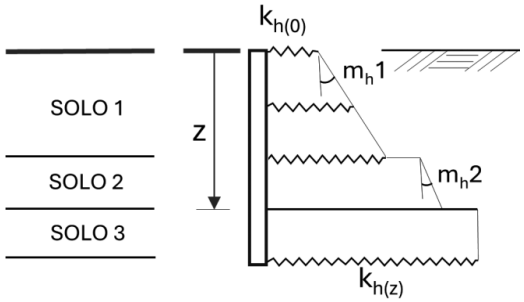


Figura 3. Esquema básico de variação de Kh com a profundidade em solos estratificados.

3 PROPOSTA DO MÉTODO PARA DETERMINAÇÃO DE Kh

Para determinação de K_h, pode-se valer de resultados obtidos em ensaios e provas de carga in loco, obtidos em pesquisas ou experimentos, que relacionam o módulo de elasticidade do solo Es à sua rigidez, mediante o resultado das deformações do elemento estrutural ensaiado.

Há também propostas por vários autores de correlações com o coeficiente de recalque vertical Kv, ou por meio de ensaios de caracterização de campo, como o SPT ou deep-sounding, por exemplo.

Analiticamente, a partir da equação básica da teoria da elasticidade, que considera a distribuição de tensões verticais na profundidade, decorrente de uma carga uniformemente distribuída, aplicada em uma placa rígida na superfície do solo, pode-se utilizar a expressão, como a exemplo, de Schliecher (1926), podendo-se admitir como expressão geral para determinação do recalque vertical ρ:

$$\rho = \sigma_v . I_F . B . \frac{(1 - \nu^2)}{Es} \qquad (7)$$

Sendo: I_F um fator de forma; B a menor largura da placa; Es o módulo de deformação do solo e ν, o coeficiente de Poisson.

Pode-se estabelecer uma correlação da equação (7) com o coeficiente de recalque horizontal K_h, como a seguir,
- Fazendo $\rho = y$; têm-se que $\sigma_v = \sigma_h$
Por sua vez, para:
$y = 1{,}0$; tem-se que $\sigma_h = K_h$.
Aplicando as relações anteriores em (7), tem-se a expressão para determinação do coeficiente de recalque horizontal K_h:

$$Kh = I_F . \frac{Es}{B . (1 - \nu^2)} \qquad (8)$$

Verifica-se, no entanto, que a expressão (7) tem aplicação para uma placa rígida, aplicada na superfície do solo, a partir de um carregamento uniformemente distribuído, ou seja, centrado.

No entanto, no caso do coeficiente de recalque horizontal Kh, para que a expressão (8) seja aplicada, torna-se requisito que o deslocamento da estaca seja horizontal e de mesma magnitude ao longo de toda a profundidade da estaca, o que somente ocorreria, caso as cargas horizontais fossem centradas ou uniformemente distribuídas, como também, que a estaca fosse rígida.

Para contornar os condicionantes acima, faz-se, então, uso de algumas considerações, para que, com razoável aproximação, se obtenha sua aplicabilidade.

Evidencia-se, tendo em vista os métodos analisados, uma lógica em adotar um fator redutivo na conversão de K_v para K_h , haja visto que o solo, quando submetido a pressões verticais, tende a consolidar os arranjos de acomodação das partículas sólidas, propiciando maior compactação. No entanto, pressões horizontais atuam no sentido de desarranjar a estrutura natural do solo, ao reagir no sentido contrário a este arranjo. Assim, há coerência em se adotar um fator redutivo ao correlacionar K_h com K_v, que poderia ser alegado à anisotropia natural do solo quanto à rigidez à compressão na direção horizontal, relativamente à vertical.

→ propõe-se, para a correlação entre K_v e K_h, inserir diretamente na formulação, um fator de redução, denominado fator de anisotropia (I_A).

→ para o fator de forma I_F, adotou-se uma grandeza equivalente λ, sendo $\lambda = 1/ I_F$.

→ convencionou-se denominar o coeficiente de recalque horizontal, ao ser definido a partir destas grandezas, de $K_{h,\Upsilon}$.

A expressão para determinação do coeficiente de recalque horizontal, fica definida como a seguir:

$$Kh = I_A . \frac{Es}{\lambda . \ (1 - \nu^2)} \qquad (9)$$

Sendo:

- ✓ $K_{h,\lambda}$ – coeficiente de recalque horizontal referindo-se à superfície de projeção da estaca.
- ✓ λ – grandeza dimensional relativa ao lado equivalente de uma placa de dimensão B x L, tendo como equivalência uma placa rígida quadrangular, com o lado referencial de 1,0 x 1,0 m de largura, com efeito na determinação da deformação ρ. ($\lambda = \sqrt{B.to.I_C}$)
- ✓ B. to – base de placa rígida estudada, com menor largura B e maior to.
- ✓ I_C – Fator de conformação aplicado a placa retangular de lados B *x* to, a considerar sua equivalência a uma placa quadrada, na propagação das tensões verticais no meio solo que causam a deformação ρ, com a conotação de fator de forma. Aplicar Tabela 1, a partir de to/ B
- ✓ I_A - fator de anisotropia relacionado ao comportamento diferenciado do módulo de compressão Es quanto à deformação segundo os planos vertical e horizontal, entre amostras ensaiadas.

Tabela 1 – Fatores de conformação I_C propostos para placas rígidas.

FORMA	**I_C**
Círculo	0,83
Retângulo (to/B)	
1,0	1,00
1,5	0,94
2,0	0,88
5	0,65
10	0,51
100	0,16

Fator de anisotropia I_A: Fator de correção do valor de Es, quando este é obtido por deformação vertical da amostra, corrigindo-se seu valor para o caso da deformabilidade horizontal. Na falta de valores experimentais, sugere-se admitir dois extremos e interpolar para solos intermediários, como a seguir:

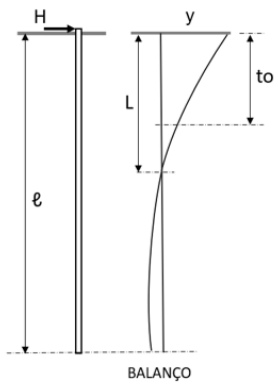
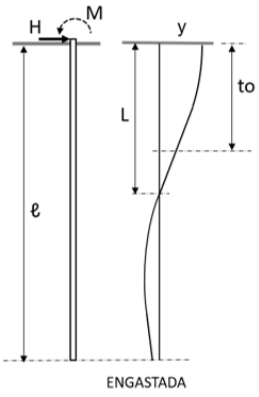
- Argilas rijas plásticas: I_A= 1,0*;
- Argilas arenosas/siltosas ou argilas pré-adensadas, que apresentem escamações e laminações no plano horizontal, com manifestação de deterioração de sua estrutura inicial de confinamento mediante compressão horizontal: I_A= 0,6*.

*Valores sugeridos sem demonstração experimental. → Interpolar em casos intermediários.

Fator de forma I_C: Fator de conformação geométrica, obtido na Tabela 1, em função da geometria de uma placa sob deslocamento, nesse caso, referindo-se à projeção horizontal da estaca que produz compressão no solo, de lados *B x L*, sendo *L = to*. Por correlação da teoria, *to* pode ser obtido pelo Quadro 1, sendo *to* o comprimento do trecho da estaca em profundidade, que reproduza tensões no solo que sejam representativas para determinar a deformação média horizontal.

Para a elaboração do Quadro 1, de valores de to, os valores sugeridos foram obtidos por interpretação de séries de processamentos pelo MEF, visando a determinação da deformada da LE de estacas de comprimento ℓ, inteiramente embutidas no solo. O Valor de L corresponde à profundidade em que ocorreu a inversão da LE. Assumiu-se to como sendo 0,7L, quando: ℓ / R1 ≥ 4; e 0.5L, quando ℓ / R1 < 4.

Quadro 1 – Valores dos comprimentos equivalentes to.

 BALANÇO	 ENGASTADA
para: ℓ / R1 ≥ 4 to = 1,7 . (1,4 R1) para: ℓ / R1 < 4 to = 0,5 . ℓ	para: ℓ / R1 ≥ 4 to = 2,2 . (1,4 R1) para: 2 ≤ ℓ / R1 < 4 to = 0,65 . ℓ para: ℓ / R1 ≤ 2 to = ℓ
* (1,4 R1) segundo Seção 12.3 ** $\left(R1 = \sqrt[4]{E.I/B\,.\,k_h1}\right)$; com: $k_h1 = \frac{1}{B}\cdot\frac{Es}{(1-\nu^2)}$	

Exemplo de aplicação

Determinar o coeficiente de recalque horizontal do solo para uma estaca de diâmetro B = 0,4 m, embutida no solo à profundidade de 8,0 m.

- Solo: argila siltosa média
Es = 15000 kN/m^2
ν = 0,3

- Estaca
Ec = 21. 10^6 kN/m^2
I = π. B^4/ 64 = 0,00126 m

Aplicando-se a expressão (9), tem-se como desenvolvimento dos cálculos::

- Determinação de λ ($\lambda = \sqrt{B.to.I_C}$)

Para determinação de to, tem-se:
$kh1 = {Es}/{B\,.\,(1 - \nu^2)} = {15000}/{0{,}4\,.\,(1 - 0{,}3^2)} = 41208\ kN/m^3$

$R1 = \sqrt[4]{{E.I}/{B\,.\,(k_h 1)}} = \sqrt[4]{{21.10^6.0{,}00126}/{0{,}4\,.\,(k_h 1)}} = 1{,}13$

sendo: ℓ/R1 = 8,0/ 1,13 = 7,08 ≥ 4
do Quadro 1:
→ to = 1,7 . (1,4 R1) = 1,7. 1,4. 1,13 = 2,69 m

Para determinação de I_C, tem-se:
to /B = 2,69/ 0,4 = 6,73
da Tabela 1 → para: ${to}/{B} = 6{,}73$ e interpolando:
→ I_C = 0,61

Resulta, assim, para o valor de λ:
$\lambda = \sqrt{0{,}4\,.\ to\,.I_C} = \sqrt{0{,}4\,.\ 2{,}69\,.0{,}61} = 0{,}81$

Para determinação de I_A, será diretamente adotado:
I_A = 0,7

Aplicando (9)

$$k_{h,\lambda} = 0{,}7\,.\frac{15000}{0{,}81\,.\,(1 - 0{,}3^2)} = 14245\ kN/m^3$$

Desejando-se obter o coeficiente de recalque horizontal paramétrico k_h, que corresponde a uma placa quadrada de dimensões 1,0 m x 1,0 m, deve-se desconsiderar no cálculo, os parâmetros específicos da placa equivalente, ou seja, fazer λ = 1,0:

$$k_h = 0{,}7\,.\frac{15000}{(1 - 0{,}3^2)} = 11538\ kN/m^3$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Davisson, M.T.; Gill, H.L. Laterally loaded piles in a layered soil system. J. Soil Mech. Found. Engineering. ASCE, 89(3), pp. 63-94, 1963.

Davisson, M.T. Lateral load capacity of pile groups. Highway Research Record, nº 333, pp. 104-112. Washington, DC, 1970.

DINIS, H. Interação solo-estrutura: Uma abordagem metodológica ao projeto de fundações. São Paulo: Blücher, 2024. In: https://openaccess.blucher.com.br/article-list/9786555503173/list/#undefined Acesso em 05/03/2005.

Matlock, H., Reese, L.C. Generalization solution for laterally loaded piles. Journal of the soil mechanics and Foundations Division. ASCE. 1960.

Matlock, H., reese, L.C. Foundation Analysis of Offshore Pile Supported Structures. 5th International Conference on Soil Mechanical and Foundation Engineering. Paris, 1961.

Schliecher, F. Zur theorie des baugrundes. Der Bauingenieur, v.7. 1926