XXII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
XI Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
24 a 28 de agosto de 2026 – Brasília/DF

DOI: 10.47094/COBRAMSEG2026.5/84

O Efeito da Resistência Dinâmica na Prova de Carga Estática: Análise da Dissipação e Correlação com Ensaios Dinâmicos (PDA)

Daniel Kina Murakami
Coordenador de Obras, Grupo Fg Moretti, São Paulo, Brasil, daniel.murakami@morettiengenharia.com.br;

RESUMO: A determinação da capacidade de carga de estacas exige a compreensão da interação entre as parcelas estática e dinâmica da resistência. Murakami (2024) demonstrou que a resistência dinâmica (Rd), proporcional à velocidade de deslocamento (Vmx), manifesta-se de forma transitória em cada estágio da Prova de Carga Estática (PCE), dissipando-se ao longo do tempo. Este artigo analisa o efeito dessa dissipação na correlação entre PCE e o Ensaio Dinâmico (PDA/CAPWAP). A metodologia baseia-se no cálculo de Vmx em cada leitura da PCE e na aplicação da linearidade entre Rd e Vmx obtida na primeira condição de contorno (Murakami, 2015). A tese central é que a carga medida pela célula de carga só atinge o estado puramente estático após a completa extinção da velocidade (Vmx = 0). Casos de obra em Osasco/SP e Bertioga/SP evidenciam que, após aproximadamente 12 horas da estabilização dos recalques (critério de 5% da NBR 16903), o ponto da PCE coincide com a curva de resistência estática do CAPWAP. A validação via Match Quality de Recalques (MQR) apresentou coeficientes α e R2 próximos à unidade, comprovando que a igualdade de recalques é o indicador definitivo da dissipação de Rd. Conclui-se que o CAPWAP é eficaz para a determinação da resistência estática do sistema solo-estaca.

PALAVRAS-CHAVE: Resistência Dinâmica (Rd); Prova de Carga Estática (PCE); Ensaio Dinâmico (PDA); CAPWAP; Correlação PCE-PDA

ABSTRACT: Determining pile bearing capacity requires understanding the interaction between static and dynamic resistance components. Murakami (2024a, 2024b) demonstrated that dynamic resistance (Rd), proportional to displacement velocity (Vmx), manifests transiently during each stage of the Static Load Test (SLT), dissipating over time. This paper analyzes the effect of this dissipation on the correlation between SLT and the Dynamic Load Test (DLT/CAPWAP). The methodology is based on calculating Vmx at each SLT reading and applying the linear relationship between Rd and Vmx obtained from the first boundary condition (Murakami, 2015). The central thesis is that the load measured by the load cell only reaches a purely static state after the complete extinction of velocity (Vmx = 0). Case studies in Osasco and Bertioga, Brazil, show that approximately 12 hours after settlement stabilization (5% criterion of NBR 16903), the SLT point coincides with the CAPWAP static resistance curve. Validation through the Match Quality of Settlements (MQS) yielded α and R2 coefficients close to unity, proving that settlement equality is the definitive indicator of Rd dissipation. It is concluded that CAPWAP is reliable to determine the static resistance of the soil-pile system.

KEYWORDS: Dynamic Resistance (Rd), Static Load Test (SLT), Dynamic Load Test (DLT), CAPWAP, DLT-SLT Correlation

1 INTRODUÇÃO

A determinação da capacidade de carga de estacas constitui um dos pilares fundamentais da engenharia de fundações, sendo essencial para garantir a segurança e a economia das estruturas. Segundo Murakami et al. (2025), a redução de incertezas nesse processo depende da interpretação precisa dos ensaios em fundações. Nesse contexto, a Prova de Carga Estática (PCE) é consagrada como o método de referência, enquanto o Ensaio Dinâmico (PDA) consolidou-se como uma alternativa rápida e de menor custo para o controle de qualidade (Murakami, 2015). Todavia, a correlação entre esses dois métodos permanece um

desafio técnico complexo, influenciado diretamente pela presença e pela dissipação da resistência dinâmica (Rd) na PCE.

A resistência total mobilizada por uma estaca durante um evento de carregamento é composta por uma parcela estática (Rmx) e uma parcela dinâmica (Rd). Nas formulações matemáticas do CAPWAP e do Método Case, admite-se que a resistência dinâmica é proporcional à velocidade de deslocamento da estaca (Vmx), conforme proposto originalmente por Smith (1960). Com base nesta hipótese, Murakami (2015) utilizou a relação entre Rd e Vmx para aprimorar a análise CAPWAP no ensaio dinâmico com energia crescente, surgindo a Primeira Condição de Contorno do Procedimento Proposto por Murakami (2015, 2024) (Figura 1). Embora esse conceito seja amplamente aplicado em ensaios dinâmicos, Murakami (2024) e Murakami e Corgnier (2024) demonstraram que a resistência dinâmica também se manifesta durante a condução da PCE. Sempre que o sistema hidráulico aplica um incremento de carga e a estaca apresenta uma velocidade de deslocamento, uma parcela de Rd é temporariamente mobilizada, fazendo com que a carga lida pela célula de carga não seja puramente estática nos instantes iniciais de cada estágio.

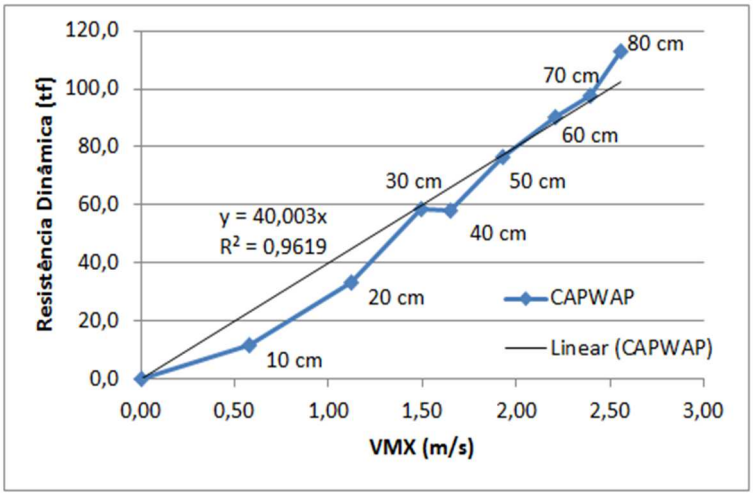


Figura 1. Relação entre Rd vs. VMX – Primeira condição de contorno (Murakami; 2015, 2024a)

A ideia central defendida por Murakami (2024) é que a resistência dinâmica na PCE é uma grandeza transiente que se dissipa integralmente com a estabilização dos deslocamentos (Figura 2). Se não há variação de deslocamento entre leituras consecutivas em um intervalo de tempo determinado, a velocidade Vmx é nula e, consequentemente, Rd também se anula. O autor tem observado que, em Provas de Carga Estática do tipo lenta, após um período de aproximadamente 12 horas da estabilização dos recalques (atendendo ao critério de 5% da NBR 16903), o ponto da curva carga-recalque da PCE coincide com a curva simulada pelo CAPWAP.

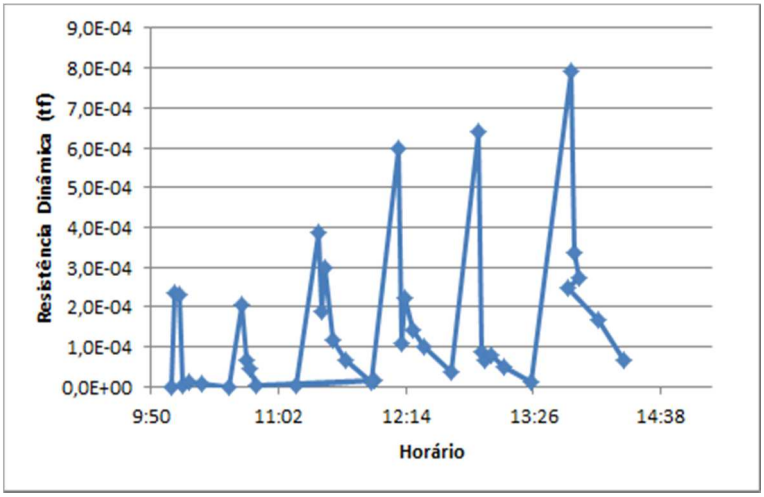


Figura 2. Gráfico Rd vs. horário da PCE na etapa de carregamento (Murakami e Corgnier, 2024)

Este fenômeno fornece uma evidência científica de que o CAPWAP, ao realizar a separação das parcelas de resistência, representa com fidelidade a resistência estática pura da estaca. A convergência entre o ponto estabilizado da PCE e a curva carga vs. recalque simulada do CAPWAP valida a teoria de dissipação de Rd e reforça a necessidade de considerar o fator tempo na correlação entre os ensaios. Este artigo tem como objetivo analisar o efeito da resistência dinâmica na PCE, demonstrando sua dissipação e o impacto na correlação com ensaios dinâmicos através de casos de obra em Osasco/SP e Bertioga/SP, utilizando o conceito de Match Quality de Recalques (MQR) como ferramenta de validação.

2 OBJETIVOS

Este artigo tem como objetivo principal demonstrar o efeito da dissipação da resistência dinâmica (Rd) na Prova de Carga Estática (PCE) e sua convergência com os resultados obtidos via Ensaio Dinâmico (PDA/CAPWAP). Busca-se validar a teoria proposta por Murakami (2024), evidenciando que a carga medida pela célula de carga na PCE só atinge o estado puramente estático após a completa extinção da velocidade de deslocamento da estaca (Vmx =0).

Para alcançar o objetivo geral, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar o método de estimativa da resistência dinâmica na PCE através do cálculo da velocidade de deslocamento (Vmx) em cada leitura do ensaio, utilizando a proporcionalidade linear entre Rd e Vmx obtida na primeira condição de contorno (Murakami, 2015, 2024);
- Demonstrar que, após o período de aproximadamente 12 horas da estabilização dos recalques (critério de 5% da NBR 16903), o ponto de carga máxima da PCE lenta coincide com a curva de resistência estática simulada pelo CAPWAP;
- Validar a eficácia do conceito de Match Quality de Recalques (MQR) como ferramenta de correlação que independe da mobilização total da ponta da estaca, utilizando os parâmetros α e R2 para quantificar a aderência entre os ensaios;
- Analisar comparativamente casos de obra em Osasco/SP e Bertioga/SP, comprovando que a igualdade de recalques entre PCE e CAPWAP ocorre apenas após a dissipação total da parcela dinâmica, consolidando o CAPWAP como um Método eficaz para a determinação da resistência estática.

3 METODOLOGIA

A metodologia aplicada neste trabalho fundamenta-se no uso de dados da Prova de Carga Estática (PCE) e as resultados do Ensaio Dinâmico (PDA/CAPWAP). O procedimento seguiu quatro etapas fundamentais para a validação da dissipação da resistência dinâmica:

3.1 Estimativa da Velocidade e da Resistência Dinâmica na PCE

Em cada estágio de carregamento da PCE, a velocidade média de deslocamento do topo da estaca (Vmx) foi calculada a partir da razão entre o incremento de recalque e o intervalo de tempo entre leituras consecutivas ($Vmx = \Delta\rho/\Delta t$). Utilizando a proporcionalidade linear entre a resistência dinâmica (Rd) e a velocidade (Vmx), estabelecida pela primeira condição de contorno proposta por Murakami (2015, 2024), estimou-se a parcela de carga não estática presente nos instantes iniciais de cada patamar de carga. Admitiu-se que a carga total lida pela célula de carga (Rtotal) é a soma da resistência estática (Rmx) com a resistência dinâmica ($Rd = \alpha \cdot Vmx$).

3.2 Critério de Estabilização e Dissipação Temporal

O ponto central da análise reside no monitoramento da dissipação de Rd ao longo do tempo. Adotou-se o critério de estabilização de recalques da NBR 16903 (variação inferior a 5% do recalque total do estágio). Todavia, para garantir a completa extinção dos efeitos cinéticos, as análises focaram no patamar de carga máxima após um período de aproximadamente 12 horas da estabilização inicial. Partiu-se da premissa

física de que, quando duas leituras consecutivas de recalque são idênticas em um intervalo de tempo significativo, a velocidade Vmx torna-se nula, resultando em Rd =0 e tornando a carga medida puramente estática.

3.3 Calibração Iterativa do CAPWAP via MQR

As análises CAPWAP foram conduzidas utilizando o Procedimento Proposto por Murakami (2015, 2019), onde os parâmetros de quake do fuste (qs) foram ajustados de forma que a curva carga-recalque simulada apresentasse a máxima aderência com a curva real da PCE.

3.4 Validação Estatística pelo Match Quality de Recalques (MQR)

A qualidade da correlação entre a PCE e o CAPWAP calibrado foi quantificada através da solução gráfica do MQR (Murakami, 2019). Plotaram-se os recalques da PCE (eixo X) versus os previstos pelo CAPWAP (eixo Y) para todos os estágios de carga da PCE. A aderência foi avaliada pelos coeficientes α e R2. Considerou-se o ensaio validado quando ambos os parâmetros se aproximaram da unidade.

4 CASOS DE OBRA

A validação da teoria de dissipação da resistência dinâmica (Rd) na Prova de Carga Estática (PCE) é fundamentada na análise de casos de obra onde os dados da PCE permitiram o confronto direto com os resultados do CAPWAP. Os casos a seguir demonstram que a igualdade de recalques entre os métodos é o indicador definitivo da transição do estado dinâmico para o estado puramente estático.

4.1 Obra Osasco

Este caso de obra, amplamente estudado por Murakami e Massad (2014, 2016) e Murakami (2015, 2019), refere-se a uma estaca pré-moldada de concreto com seção circular de 38 cm de diâmetro e comprimento cravado de 14,10 m. O programa de ensaios incluiu a realização de Prova de Carga Dinâmica (PCD) com energia crescente e Prova de Carga Estática (PCE) do tipo lenta.

Durante a condução da PCE, observou-se que a aplicação de cada estágio de carga mobilizava instantaneamente uma parcela de resistência dinâmica, proporcional à velocidade de deslocamento do topo (Vmx). Conforme a metodologia proposta por Murakami (2024), o cálculo de Vmx revelou que, nos minutos iniciais de cada patamar, a carga lida pela célula de carga continha uma componente de Rd que superestimava a resistência estática real.

Neste estudo convém destacar o estágio de carga máxima. Após atingir o critério de estabilização de recalques da NBR 16903 (variação inferior a 5%), o recalque após 30 minutos foi de 7,72 mm. Entretanto, a carga foi mantida por um período adicional de 12,5 horas. Nota-se que, embora a carga aplicada tenha permanecido constante, os recalques continuaram a evoluir até a completa redução da velocidade de deslocamento (Vmx = 0), obtendo um recalque de 9,22 mm (Figura 3). Somente após este período de 12,5 horas de dissipação total de Rd, o ponto da curva carga-recalque da PCE (9,22 mm) praticamente coincidiu com a curva de resistência estática simulada pelo CAPWAP (9,37 mm), apresentando uma diferença de apenas +1,6%.

A análise através do Match Quality de Recalques (MQR) para este caso apresentou valores de α (1,1289) e R2 (0,9726) próximos da unidade na carga máxima (Figura 4). Esta convergência valida a premissa de que o CAPWAP, ao isolar a resistência dinâmica através do modelo de Smith (1960), é eficaz para determinar a resistência estática do sistema solo-estaca. A igualdade de recalques observada após as 12,5 horas mostra que a teoria de Murakami (2024) é eficaz para identificar o momento em que a carga medida pela célula de carga torna-se puramente estática. Antes dessa estabilização temporal, qualquer tentativa de correlação direta entre PCE e PDA estaria sujeita a erros sistemáticos causados pela presença da resistência dinâmica residual na prova estática.

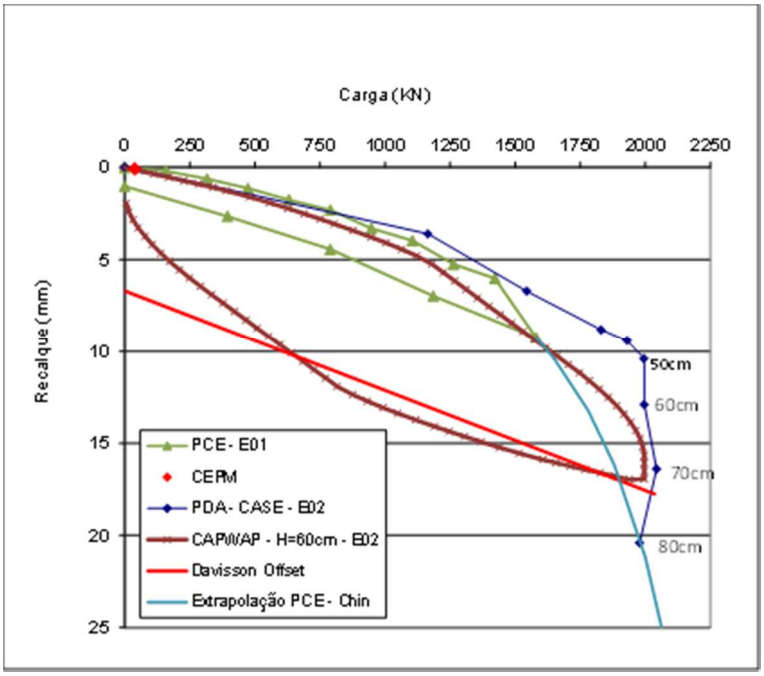


Figura 3. Curva carga vs. recalque da PCE e CAPWAP – Obra Osasco.

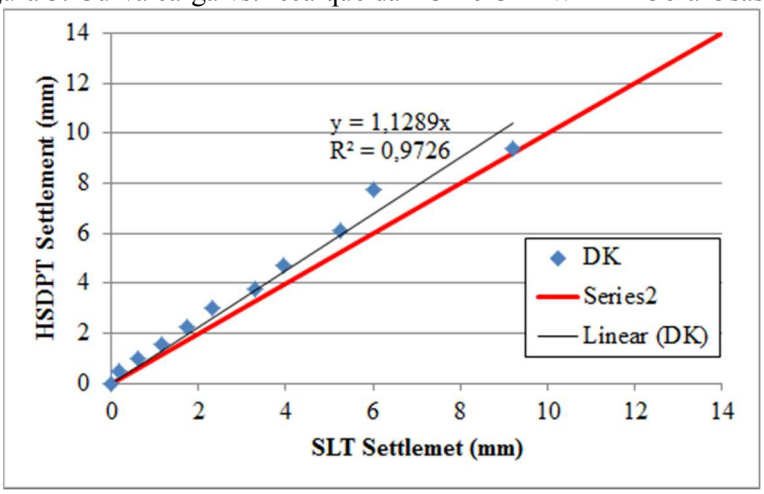


Figura 4. Match Quality de Recalques (MQR) – Obra Osasco

4.2 Obra Bertioga

Este caso de obra, detalhado por Murakami et al. (2025), refere-se à construção de edifícios comerciais em Bertioga, SP. O subsolo é caracterizado por uma camada superficial de aterro, sobreposta a depósitos de areia pouco siltosa e intercalações de argila muito mole a mole, com as pontas das estacas apoiadas em um horizonte de areia compacta a muito compacta. Foram ensaiadas estacas do tipo hélice contínua com 30 cm de diâmetro e comprimentos de aproximadamente 15 metros.

A análise deste caso apresenta uma particularidade relevante: tanto na Prova de Carga Estática (PCE) quanto no Ensaio Dinâmico (PDA), observou-se um baixo deslocamento da ponta das estacas. Essa mobilização limitada da ponta da estaca inviabilizou a aplicação dos métodos tradicionais de interpretação, como o de Davisson (1972) e os critérios da NBR 6122, que dependem da identificação de um ponto de ruptura convencional segundo tais métodos.

Para superar essa limitação, utilizou-se a solução gráfica do Match Quality de Recalques (MQR) (Murakami, 2019). A análise CAPWAP da estaca E233 indicou uma carga mobilizada de 59 tf com recalque de 9,62 mm. A PCE lenta, realizada em estaca vizinha, atingiu 50 tf com recalque estabilizado. A aplicação

do MQR resultou em um um valor de $\alpha = 1{,}1444$ e um coeficiente de determinação R2 = 0,9597, indicando uma excelente aderência entre as curvas.

O ponto fundamental observado nesta obra em Bertioga corrobora a teoria de Murakami (2024) sobre a dissipação de Rd. Notou-se que, ao atingir o patamar de carga máxima na PCE, os recalques medidos imediatamente após a aplicação da carga (1,55 mm) diferiam dos previstos pelo CAPWAP (2,67 mm), apreentando uma diferença de -41,9%. No entanto, após a estabilização dos recalques (critério de 5% da NBR 16903), o recalque foi de 2,17 mm, apresentando divergência de -18,7%. Já após a manutenção da carga por um período de 18 horas, o deslocamento da PCE foi de 2,71 mm, representando uma diferença de apenas +1,5% em relação ao deslocamento da curva simulada do CAPWAP de 2,67 mm (Figura 3). Nestas condições, a velocidade de deslocamento da estaca na PCE (Vmx) tornou-se nula. Com a extinção da componente dinâmica (Rd = 0), o ponto final da PCE praticamente coincidiu com a curva de resistência estática simulada pelo CAPWAP.

Este fato é uma evidência de que a igualdade de recalques entre o ensaio estático e o modelo do CAPWAP só é alcançada após a dissipação total da resistência dinâmica transiente na PCE. O caso de Bertioga demonstra que o MQR (Figura 4), ao analisar a trajetória integral das curvas e validar a calibração do quake no CAPWAP, permite uma interpretação segura da capacidade de carga mesmo em cenários de baixo deslocamento, onde a carga medida pela célula de carga na PCE estabilizada (18h) revela a verdadeira resistência estática do sistema solo-estaca.

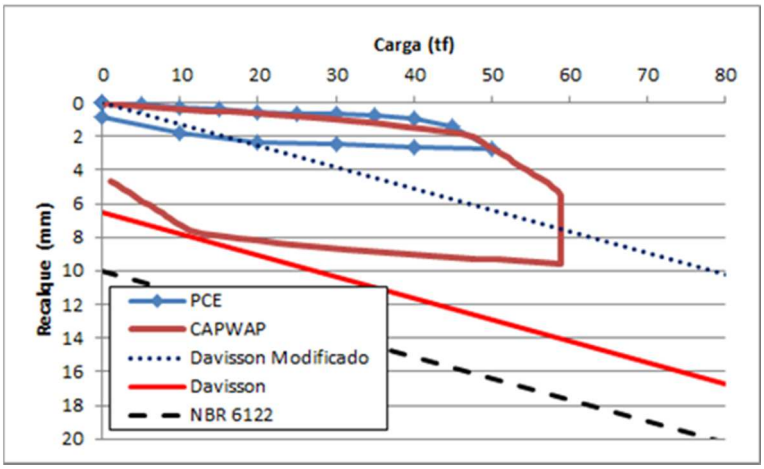


Figura 5. Curva carga vs. recalque da PCE e CAPWAP – Obra Bertioga

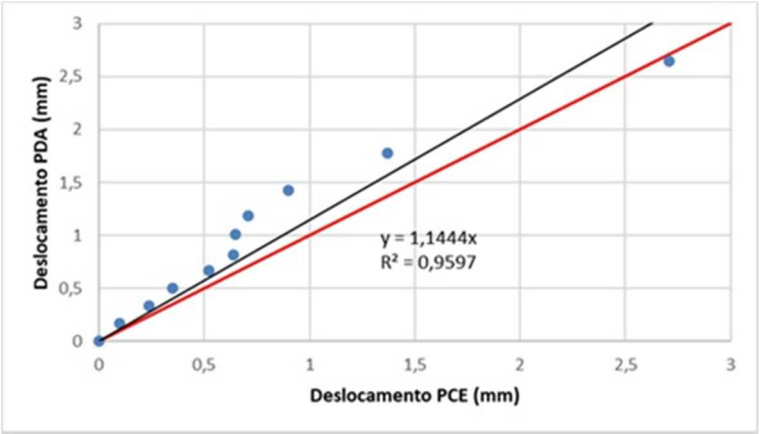


Figura 6. Match Quality de Recalques (MQR) – Obra Bertioga

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise do efeito da resistência dinâmica (Rd) na Prova de Carga Estática (PCE) permite concluir que a interpretação da capacidade de carga de estacas deve considerar o efeito da sua dissipação em função

do tempo. A coexistência das parcelas estática e dinâmica durante o carregamento é um fato físico que, se negligenciado, introduz incertezas metrológicas na correlação entre ensaios estáticos e dinâmicos.

As principais conclusões deste trabalho são:

- A Natureza Transiente de Rd na PCE: A resistência dinâmica não é exclusiva dos ensaios de dinâmicos onde se aplica um golpe com um martelo no topo da estaca. NA PCE, o macaco hidráulico aplica uma pressão hidráulica, causando deslocamentos em função do tempo no topo da estaca. Sempre que há velocidade de deslocamento (Vmx) no topo da estaca durante a aplicação de um estágio da PCE, uma parcela de Rd é mobilizada. A carga medida pela célula de carga só representa a resistência estática pura quando a velocidade de deslocamento é nula (Vmx = 0).
- O Tempo como Agente de Convergência: Os casos de obra em Osasco e Bertioga demonstraram que a estabilização dos recalques pelo critério de 5% da NBR 16903 é um marco necessário, mas a dissipação total da resistência dinâmica exige um período adicional. A observação de que, após 12 horas da estabilização ou mais, o ponto da PCE praticamente coincide com a curva simulada pelo CAPWAP, é a evidência definitiva da extinção da parcela Rd.
- Validação do Modelo CAPWAP: A coincidência entre o ponto estabilizado da PCE (12h) e acurva simulada do CAPWAP valida o ensaio dinâmico como um método extremamente eficaz para determinação da resistência estática. Este entendimento reforça que o CAPWAP, quando calibrado iterativamente via MQR (Murakami, 2015,2019) para ajustar os parâmetros de quake, aprimora a relação carga vs. recalque da estaca, além de representar o estado puramente estático da PCE neste ponto estabilizado (após 12h).
- Vantagens do MQR: O conceito de Match Quality de Recalques (MQR) provou ser uma ferramenta importante para a validação da capacidade de carga, especialmente em cenários de baixo deslocamento de ponta, como observado em Bertioga. Ao focar na aderência integral das curvas e não apenas em pontos de ruptura convencionais (Murakami e Massad, 2023), o MQR reduz as incertezas e confere maior confiabilidade ao controle de qualidade das fundações.
- Significado Físico e Matemático (Murakami, 2024, 2026): Mostrou-se através de dois casos de obra que o Best Match do CAPWAP (Significado Matemático) foi obtido em conjunto com a melhoria do MQR, ou seja, quando a curva simulada do CAPWAP praticamente estava sobreposta à curva da PCE, indicando que o Significado Matemático foi aprimorado juntamente com a melhoria do Significado Físico.
- Procedimento Proposto por Murakami (2015, 2019): Os casos de obra mostraram que as análises CAPWAP realizadas segundo o Procedimento Proposto por Murakami (2015, 2019) permitiram obter uma curva carga vs. recalque simulada do CAPWAP praticamente idêntica à da PCE, mostrando a eficácia do ensaio dinâmico para previsão do comportamento das fundações, além de apresentar menor custo e agilidade.

Em suma, este artigo demonstra que a igualdade de recalques entre PCE e PDA é alcançada somente após a completa dissipação da Resistência Dinâmica, conforme a Teoria de Murakami (2024). Este achado aprimora a prática da engenharia de fundações, fornecendo uma base científica sólida para a correlação entre os métodos (PCE e PDA) através do MQR, mesmo em casos onde métodos tradicionais de correlação não se aplicam, como por exemplo, quando o deslocamento da ponta é baixo (Obra de Bertioga).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aoki, N. (1989) A new dynamic load test concept. *Drivability of Piles*, v. 1, p. 1-4. Proc. Discussion Session 14, Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng. (12), Rio de Janeiro.

Aoki, N. (1997) *Determinação da capacidade de carga última de estaca cravada em ensaio de carregamento dinâmico de energia crescente*. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 118p.

Associação Brasileira De Normas Técnicas (2007). NBR 13208. *Estacas — Ensaio de carregamento dinâmico*. Rio de Janeiro.

Associação Brasileira De Normas Técnicas (2020). NBR 16903. *Solo — Prova de carga estática em fundação profunda*. Rio de Janeiro.

Fellenius, B. H. (1992) Is capacity fully mobilized? *Geotechnical News Magazine*, v. 10, n. 1, p. 58-61.

Fellenius, B. H. (2026) *Basics of Foundation Design*. Electronic Edition. Disponível em: <www.fellenius.net>. Acesso em: 21 jun. 2026.

Murakami, D. K. (2015) *Novo procedimento para a realização de análise CAPWAP no ensaio de carregamento dinâmico em estacas pré-moldadas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Geotécnica) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 538p.

Murakami, D. K. (2019) A new concept of match quality of settlements for signal matching analysis on the dynamic pile test. In: 10th International Conference on Stress Wave Theory and Testing Methods for Deep Foundations, San Diego.

Murakami, D. K. (2024) Novo Método Novo Método De Cálculo De Resistência Dinâmica Em Provas De Carga Estática Com Critérios De Ruptura. In: XXI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica (COBRAMSEG), Balneário Camboriú. *Anais...* ABMS.

Murakami, D. K. (2026) The difference between physical and mathematical meaning in the dynamic load test. *Soils and Rocks*, 49 (2), p. 1-11.

Murakami, D. K. Cabette, J. F., Eroico, E. (2025) Comparação entre Provas de Carga Estática e Dinâmica em Estacas Hélice Contínua em Bertioga SP. In: 11º Seminário de Engenharia de Fundações Especiais e Geotecnia (SEFE 11), São Paulo. *Anais...* ABMS.

Murakami, D. K.; Corgnier, F. (2024) Determinação da Resistência Dinâmica em Provas de Carga Estática Através de Resultados de Ensaios Dinâmicos. In: XXI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica (COBRAMSEG), Balneário Camboriú. *Anais...* ABMS.

Murakami, D. K.; Corgnier, F.; Godinho, H.; Saito, E. (2022) Different Possible Interpretations Depending on The Load Measurement Method on the Static Load Test in Piles. In: XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica (COBRAMSEG), Campinas. *Anais...* ABMS.

Murakami, D. K.; Corgnier, F.; Silva, A.; Bozan, G. (2020) A Comparison between the Measured Load through a Load Cell and a Manometer on the Static Load Test in Piles. In: XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica (COBRAMSEG), Campinas. *Anais...* ABMS.

Murakami, D. K.; Massad, F. (2014) Determinação do quake do fuste de estacas pré-moldadas através de provas de carga estática e ensaios de carregamento dinâmico. In: XVII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica (COBRAMSEG), Goiânia. *Anais...* ABMS.

Murakami, D. K.; Massad, F. (2016) Determinação do quake do fuste de estacas pré-moldadas através de provas de carga estática e ensaios de carregamento dinâmico. *Geotecnia*, Lisboa, n. 137, p. 79-98.

Murakami, D. K.; Massad, F. (2023) The advantage of the use of the concept of match quality of settlements in the dynamic load test. In: 10º Seminário de Engenharia de Fundações Especiais e Geotecnia (SEFE 10), São Paulo. *Anais...* ABMS.

Smith, E. A. L. (1960) Pile Driving Analysis by the Wave Equation. *Journal of the Mechanics and Foundations Division*, ASCE, v. 86, n. 4, p. 35-61.