XXII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
XI Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
24 a 28 de agosto de 2026 – Brasília/DF
DOI: 10.47094/COBRAMSEG2026.5/86

Obtenção da Curva Carga-Recalque em Estacas pelo Modelo de Coyle e Reese Sem Acoplamento entre Funções de Transferência de Carga

Thais Lucouvicz Dada
Engenheira civil geotécnica, Petrobras Transporte S. A., São Paulo, Brasil, thais.dada@transpetro.com.br

Faiçal Massad
Professor Titular, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, faical.massad@usp.br

RESUMO: O artigo trata do Modelo de Coyle e Reese (1966) que, na sua versão original, permite obter a curva carga-recalque de estacas carregadas axialmente no topo, a partir do conhecimento das funções de transferência de carga de atrito e de ponta. A estaca é subdividida em um certo número de elementos e, através do equilíbrio estático e das funções de transferência de carga, computam-se as forças e os deslocamentos em cada elemento, de modo iterativo, progredindo da base ao topo da estaca. Nesse modelo, o meio (solo) não é contínuo; é "discreto" ou sem acoplamento entre as funções de transferência de carga, isto é, não considera as parcelas de deslocamentos num dado elemento devido às cargas atuantes nos outros elementos. Seol e Jeong (2009) apresentaram estudos de casos de provas de carga em estacas escavadas de grande diâmetro considerando o meio como contínuo, isto é, acoplando entre si as reações e os deslocamentos entre elementos da estaca, o que exige complexos cálculos matriciais. E afirmaram que o Modelo de Coyle-Reese, sem acoplamento, poderia subestimar os recalques. Em contraposição, o presente artigo mostra que as estimativas são acuradas, mantendo intacta a simplicidade do modelo, mesmo para subsolo heterogêneo.

PALAVRAS-CHAVE: Estaca, Modelo de Coyle e Reese, Acoplamento na Transferência de Carga; Prova de Carga.

ABSTRACT: This paper discusses the Coyle and Reese Model (1966), which allows obtaining the load-settlement curve of piles loaded axially at the top, based on known load transfer functions of lateral friction and tip resistance. The pile is subdivided into a certain number of elements and, through static equilibrium and load transfer functions, the forces and displacements in each element are computed iteratively, progressing from the base to the top of the pile. In this model, the surroundings (soil) are not continuous; they are "discrete" or without coupling between the load transfer functions, that is, it does not consider the displacement components in a given element due to the loads acting on the other elements. Seol and Jeong (2009) presented case studies of load tests on large-diameter bored piles using the Coyle-Reese Model, but considering the surroundings as continuous, that is, coupling the reactions and displacements between elements along the entire length of the pile, which requires complex matrix calculations. They stated that without coupling, pile top settlements could be underestimated. Contrasting these conclusions, this paper shows that the original Coyle-Reese Model, without coupling, allows accurate estimates of the pile top load-settlement curve, maintaining its simplicity even for heterogeneous subsoil.

KEYWORDS: Pile, Coyle & Reese Model; Coupling in Load Transfer; Pile Load Test.

1 INTRODUÇÃO

O presente artigo trata do modelo baseado em funções de transferência de carga desenvolvido por Coyle e Reese (1966), para a obtenção da curva carga (P_o) *versus* recalque (y_o) de uma estaca carregada axialmente no topo. A aplicação do modelo está ilustrada na Figura 1 e consiste em subdividir a estaca em *n* elementos, adotando primeiramente uma força arbitrária na ponta e calculando o seu deslocamento através da função de transferência de carga da ponta. Utilizando-se as funções de transferência de atrito e a Lei de Hooke, calcula-

se o encurtamento elástico do elemento da ponta. Na sequência, através do equilíbrio estático, calculam-se as forças e os deslocamentos para o elemento imediatamente acima e assim, sucessivamente, até chegar ao topo da estaca, obtendo-se um ponto da curva de carga (P_o) e recalque (y_o) do topo. O processo é repetido para outras cargas na ponta, até a definição completa da curva P_o-y_o. As funções de transferência de carga para o atrito lateral e para a resistência de ponta são admitidas conhecidas, podendo ser empíricas, analíticas ou obtidas através de medições de instrumentação em profundidade na estaca.

Coyle e Reese (1966) admitem a hipótese simplificadora de que os deslocamentos em qualquer elemento da estaca não são afetados pelas cargas transferidas ao solo pelos outros elementos, exceto através da própria estaca. Ou seja, o meio (solo) não é contínuo; é "discreto" ou sem acoplamento entre as funções de transferência de carga.

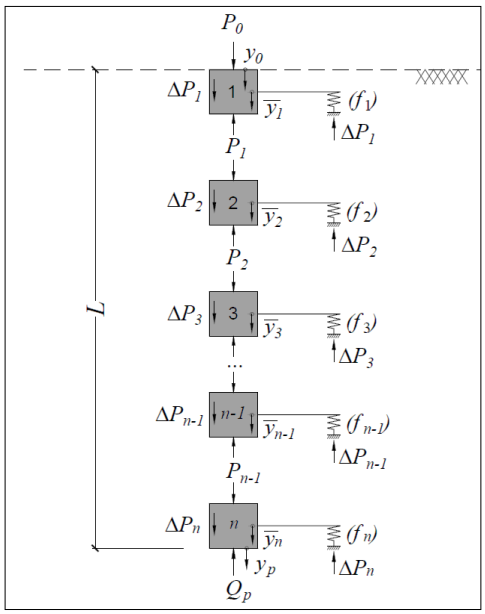


Figura 1. Estaca carregada axialmente, com indicação das forças atuantes em cada elemento (fonte: DADA, 2019; adaptado de COYLE e REESE, 1966).

Vesic (1977), que elucidou o comportamento de estacas em termos de carga e recalque ao longo da profundidade, enunciou que as simplificações dos modelos baseados em funções de transferência de carga eram contraditórias à realidade. Seol e Jeong (2009) endossaram esta crítica e propuseram metodologia de análise de transferência de carga "acoplada" através do uso do uso do próprio Modelo de Coyle e Reese (1966), mas considerando o solo como meio contínuo, isto é, considerando as parcelas de deslocamentos num dado elemento devido às cargas atuantes nos outros elementos.

O presente artigo apresenta os dados das estacas estudadas por Seol e Jeong (2009) e os resultados quanto à eficácia da aplicação do Modelo de Coyle e Reese (1966), na sua forma original, isto é, sem o acoplamento das funções de transferência de cargas.

2 CARACTERÍSTICAS DAS ESTACAS ANALISADAS – RESULTADOS DAS PROVAS DE CARGA ESTÁTICA INSTRUMENTADAS

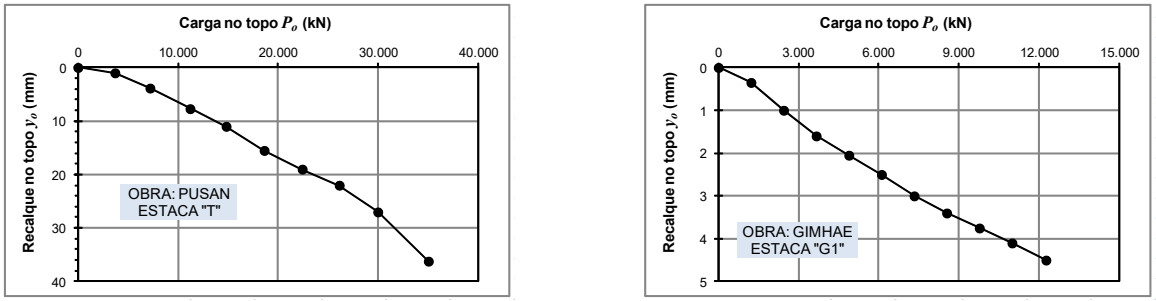
Foram consideradas duas estacas escavadas de grande diâmetro, executadas em duas obras distintas na Coreia do Sul e apresentadas por Seol e Jeong (2009). A Tabela 1 apresenta os dados de geometria, subsolo e das provas de carga estática convencionais realizadas. Notar que as estacas atravessaram camadas de solo e ficaram embutidas em rocha. Vale acrescentar que ambas as estacas foram escolhidas por terem sido apresentados dados suficientes para uma reavaliação completa.

Tabela 1. Características das estacas estudadas (adaptado de Seol e Jeong, 2009).

Obra	Pusan	Gimhae
Estaca	"T"	"G1"
Diâmetro *(D)*	1,5 m	1,5 m
Comprimento total *(L)*	33,4 m	30,6 m
Trecho em solo	28,0 m	19,9 m
Embutimento em material rochoso	5,4 m em brecha	8,0 m em andesito muito alterado; 2,7 m em andesito medianamente alterado
Módulo de elasticidade do material rochoso (E_r)	151 MPa	1.395 MPa (andesito muito alterado); 5.330 MPa (andesito medianamente alterado)
Coeficiente de Poisson do material rochoso (ν_r)	0,30	0,30
Carga máxima atingida	35.000 kN*	12.250 kN*
Quantidade de estágios de carga	9 estágios*	10 estágios*
Deslocamento máx. no topo	36,2 mm*	4,5 mm*

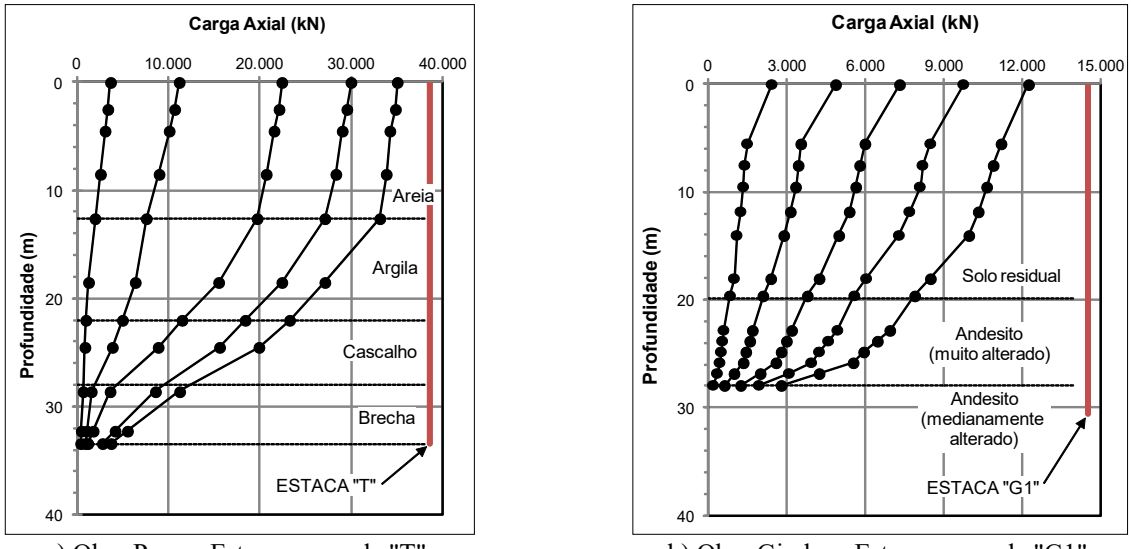
** Valores interpretados através dos gráficos fornecidos por Seol e Jeong (2009).*

Os resultados obtidos das provas de carga estão apresentados na Figura 2 (curvas carga-recalque nos topos das estacas) e na Figura 3 (diagramas da transferência de carga em profundidade) para as duas estacas.



a) Obra Pusan. Estaca escavada "T". b) Obra Gimhae. Estaca escavada "G1".

Figura 2. Resultado da prova de carga estática convencional (fonte: Seol e Jeong, 2009, *apud* Dada, 2019).



a) Obra Pusan. Estaca escavada "T". b) Obra Gimhae. Estaca escavada "G1".

Figura 3. Diagrama da carga axial em função da profundidade, lida para cada incremento de carga da prova de carga estática instrumentada (fonte: Seol e Jeong, 2009, *apud* Dada, 2019).

3 INFLUÊNCIA DOS ELEMENTOS DA ESTACA ENTRE SI – FUSTE E PONTA

Coyle e Reese (1966), em seu modelo original, não consideraram as parcelas de deslocamentos num dado elemento devido às cargas atuantes nos outros elementos, sejam os do fuste ou o da ponta. Isto significa que o solo foi substituído por molas independentes, sendo esta simplificação criticada por Vesic (1977) e, posteriormente, por Seol e Jeong (2009), por poder subestimar os recalques.

Para a ponta, apesar da crítica, a simplificação foi também adotada por Poulos e Davis (1974, 1980), Vargas (1978, 1981) e Randolph e Wroth (1978). Estes últimos sugerem que as estacas devem ter o índice de esbeltez $L/r \geq 20$, onde L é o seu comprimento total e r o raio de sua seção transversal. Dada (2019) apresentou casos de obras em que as estacas atenderam a essa relação, resultando em aumentos desprezíveis das cargas de ponta em função dos atritos laterais.

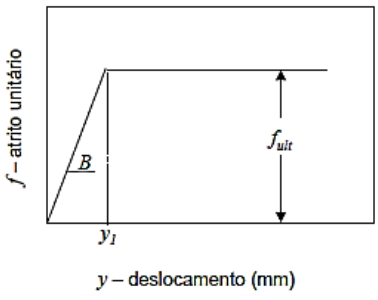
A seguir, através de resultados práticos, mostra-se que a previsão da curva carga-recalque feita através do Modelo de Coyle e Reese (1966) em seu formato original (Dada, 2019) resultou em resultado congruente com os dados de provas de cargas executadas, confirmando, portanto, a validade da hipótese simplificadora para estes casos.

4 RESULTADOS DA PREVISÃO DA CURVA CARGA-RECALQUE DAS ESTACAS

Com base nos dados de Seol e Jeong (2009), apresentados acima no Item 2, Dada (2019) definiu as funções de transferência de carga para o atrito e a ponta. Para o atrito, obteve os pares de atrito lateral unitário último (f_{ult}) e *quake* do fuste (y_1) através dos diagramas de transferência de carga da Figura 3, utilizando as Leis de Cambefort (1964), conforme o modelo de Massad (1995). Os parâmetros das funções obtidas estão apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2. Funções de transferência de carga para o atrito unitário, obtidas através da análise dos dados de instrumentação fornecidos (fonte: Dada, 2019).

Obra	Estaca	Material	*z* (m)	*fult* (kPa)	*B* (kPa/mm)	*y1* (mm)	**Modelo de Cambefort (1964) para as funções de transferência de carga do atrito**
PUSAN	"T"	Areia	2,5	42	5,7	7,44	
			4,5	64	9,1	6,99	
			8,5	58	9,1	6,43	
			12,6	72	12,6	5,75	
		Argila	18,5	216	8,2	26,43	
			22,0	243	21,0	11,57	
		Cascalho	24,5	284	12,6	22,58	
		Cascalho/ brecha	28,6	448	20,9	21,47	
GIMHAE	"G1"	Solo residual	5,5	51	28,3	1,81	
			7,5	32	12,5	2,54	
			9,5	27	10,6	2,50	
			11,8	37	19,9	1,85	
			14,0	39	27,8	1,39	
			18,0	78	39,0	2,00*	
			19,6	80	39,8	2,00*	
		Andesito muito alterado	22,8	63	31,5	2,00*	
			23,8	101	50,4	2,00*	
			24,8	111	55,7	2,00*	
			25,8	85	42,4	2,00*	
			26,8	276	137,9	2,00*	
			27,9	280	139,9	2,00*	



**Adotado.*

O trecho da estaca embutido em material rochoso foi tratado como uma "ponta fictícia" (Massad, 2015), com comportamento conforme a 2ª Lei de Cambefort (1964), que fornece uma relação linear entre a resistência de ponta e o recalque da ponta: $q_p = R.y_p$, conforme sugerido por Massad (2008) para estacas escavadas. Os valores de R foram obtidos através da formulação de Carter e Kulhawy (1988), indicada na Equação (1):

$$R \cdot S = \frac{\pi \cdot E_r \cdot L}{(1+\nu_r) \cdot \zeta} \tag{1}$$

com:

$$\zeta = ln\,[5(1 - \nu_r) \cdot L/D] \tag{2}$$

onde: R é Parâmetro da 2ª Lei de Cambefort; S é Seção transversal da estaca; E_r é Módulo de elasticidade da rocha; L é Comprimento da estaca; ν_r é Coeficiente de Poisson da rocha; e D é Diâmetro da estaca. Usando os valores de L, D, E_r e ν_r , que constam da Tabela 1, resultaram as funções indicadas na Tabela 3. Os valores do quake da ponta (y_2) foram adotados.

Tabela 3. Funções de transferência de carga para a "ponta fictícia" (trecho embutido em material rochoso). Parâmetros definidos através de bibliografia (fonte: Dada, 2019).

Obra	Funções de transferência de carga	Hipóteses
Pusan	$Q_p = R \cdot S \cdot y_p = 725 \cdot y_p$	▪ "Ponta fictícia" a partir de 28m de profundidade; ▪ y_2 = 15 mm (adotado).
Gimhae - Hipótese 1	$Q_{p1} = R \cdot S \cdot y_p = 18895 \cdot y_p$	▪ "Ponta fictícia" a partir de 27,9m de profundidade; ▪ y_2 = 10 mm (adotado).
Gimhae - Hipótese 2	$Q_{p2} = R \cdot S \cdot y_p = 24906 \cdot y_p$	▪ "Ponta fictícia" a partir de 19,9m de profundidade; ▪ y_2 = 10 mm (adotado).

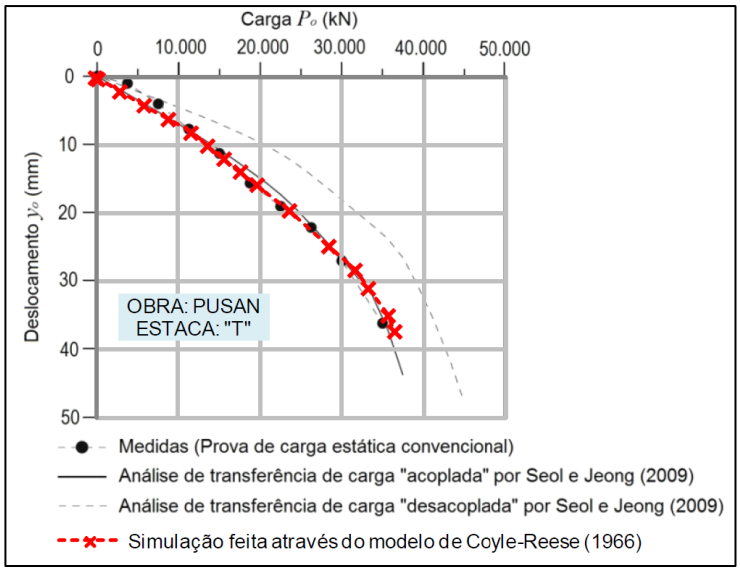
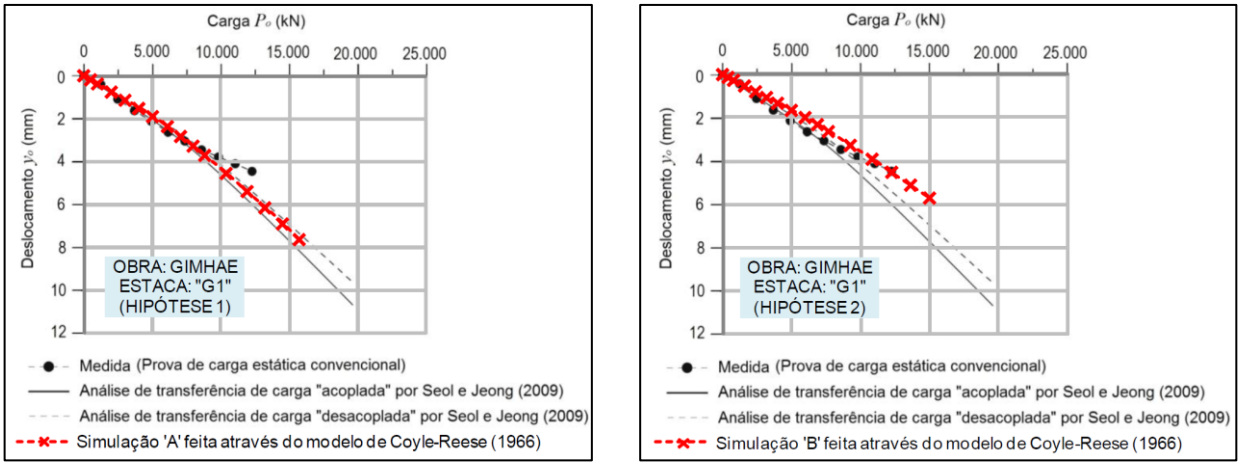


Figura 4. Obra Pusan, Estaca "T". Apresentam-se a curva medida na prova de carga, as curvas simuladas por Seol e Jeong (2009) e a curva simulada pelos presentes autores com uso do Modelo de Coyle-Reese.

As Figuras 4 e 5 apresentam as curvas carga-recalque dos topos das estacas Pusan e Gimhae, calculadas pelo: a) Modelo de Coyle e Reese (1966) original (sem acoplamento); e b) este mesmo modelo, com

acoplamento. Em comparação, constam as curvas resultantes das provas de carga, com marcador em círculo, reproduzidas dos gráficos da Figura 2.



a) Simulação 'A' considerando a 1ª hipótese de "ponta fictícia", representando o comportamento inicial da prova de carga.

b) Simulação 'B' considerando a 2ª hipótese de "ponta fictícia", representando o comportamento final da prova de carga.

Figura 5. Obra Gimhae, Estaca "G1". Apresentam-se a curva medida na prova de carga, as curvas simuladas por Seol e Jeong (2009) e a curva simulada pelos presentes autores com uso do Modelo de Coyle-Reese.

Com base nas Figuras 4 e 5, seguem resultados das análises:

a) As curvas simuladas através do modelo de Coyle-Reese (1966) por Dada (2019) estão indicadas com curva tracejada, com marcador "x".
   - Para a obra Pusan, a estimativa foi congruente com o resultado da prova de carga. (Figura 4)
   - Para a obra Gimhae, foram simuladas duas hipóteses de modelagem de subsolo e assim obtiveram-se estimativas próximas à curva medida na prova de carga, que possibilitaram explicar a mudança de comportamento da estaca a partir da carga aproximada de 8.000 kN, interpretada como função da heterogeneidade do subsolo. A curva da 1ª hipótese para a "ponta fictícia" resultou semelhante à curva medida na prova de carga para os sete primeiros estágios de carregamento (Figura 5a), até 8.000kN. Após esta carga, interpreta-se que tenha ocorrido uma possível compressão da camada de andesito muito alterado na interface com a estaca, resultando em um aumento da resistência, solicitando todo o trecho embutido em rocha como uma "ponta fictícia", conforme a 2ª hipótese (Figura 5b).

b) As curvas estimadas através de análises "acopladas" por Seol e Jeong (2009) estão indicadas com curva em linha contínua, sem marcador.
   - Para a obra Pusan, a estimativa foi congruente com o resultado da prova de carga.
   - Para a obra Gimhae, a estimativa não foi capaz de representar a alteração de comportamento da estaca a partir da carga aproximada de 8.000 kN, interpretada como função da heterogeneidade do subsolo.

c) As curvas estimadas através de análises "desacopladas" por Seol e Jeong (2009) estão indicadas com linha tracejada, sem marcador. As curvas deveriam resultar congruentes às curvas do item (a) simuladas por Dada (2019), pois o método aplicado foi o mesmo, ou seja, o Modelo de Coyle e Reese (1966) em seu formato original, porém resultaram divergentes. Assim interpreta-se que a aplicação do método deve ser feita conforme apresentado por Dada (2019).

Portanto, conclui-se que as previsões das curvas carga-recalque das estacas através do Modelo de Coyle e Reese (1966) em sua forma original, tomando como base a aplicação apresentada por Dada (2019), por exemplo com o uso do artifício da "ponta fictícia" para o trecho da estaca embutida em rocha, resultaram

praticamente congruentes às medidas nas provas de carga, diferentemente do afirmado por Seol e Jeong (2009), e assim continuam sendo consideradas adequadas para fins práticos.

Adicionalmente, Dada (2019), através das formulações analíticas de Vargas (1977; 1978) concluiu que, para as estacas de Pusan e Gimhae, ao contrário do afirmado por Seol e Jeong (2009), as parcelas de deslocamento da ponta devido ao atrito lateral resultariam no acréscimo de 1% da carga total, sendo desprezíveis para casos práticos. Assim não seria relevante a análise acoplada entre fuste e ponta.

5 CONCLUSÕES

Foi apresentado um detalhamento do Modelo de Coyle e Reese (1966), que é usado para fins práticos em projetos e análises de resultados de provas de carga de obras de engenharia no Brasil.

A sua aplicação na previsão das curvas carga-recalque de duas estacas, que atravessaram camadas de solos e ficaram embutidas em material rochoso, mostrou-se eficaz. Houve congruência com os dados das duas provas de carga instrumentadas, nelas executadas, confirmando que o modelo usado, sem acoplamentos, é adequado mesmo para estacas embutidas em meios heterogêneos, tendo camadas de subsolo com características geomecânicas distintas, como entre solos e rochas.

Os resultados obtidos refutam críticas ao Modelo de Coyle e Reese (1966), mostrando que reproduz bons resultados, mesmo em relação a modelos complexos, como o utilizado por Seol e Jeong (2009).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo por viabilizar a pesquisa e à CAPES, pela bolsa de estudos fornecida à primeira autora.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cambefort, H. (1964). Essai sur le Comportement en Terrain Homogène des Pieux Isolés et des Groupes de Pieux. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, n. 204, p. 1478-1518.

Carter, J. P.; Kulhawy, F. H. (1988). Analysis and Design of Drilled Shaft Foundations Socketed Into Rock: EL-5918; Research Project 1493-4; Final Report. Ithaca, Nova Iorque: Cornell University – Geotechnical Engineering Group.

Coyle, H. M., Reese, L. C. (1966) Load transfer for axially loaded piles in clay. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 92 (2), p. 1-26.

Dada, T. L. (2019) *Ensaio bidirecional em estacas moldadas in loco: técnicas de execução e métodos de interpretação, com aplicação a casos de obras*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo / USP, 296 p.

Massad, F. (1995). Pile analysis taking into account soil rigidity and residual stresses. In: Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering – PANAM, 10, 1995, Guadalajara, Mexico. Proceedings... Guadalajara: SMIG/ ISSMFE. v. 2. p. 1199-1210.

Massad, F. (2008). Fundamentação matemática do método da rigidez de Décourt e definição de seu campo de aplicação. In: Seminário de Engenharia de Fundações Especiais e Geotecnia – SEFE, 6, 2008, São Paulo. Anais… São Paulo: ABMS. v. 1. p. 117-131.

Massad, F. (2015). On the Interpretation of the Bidirectional Static Load Test. Soils & Rocks, v. 38-3, p. 249-262.

Poulos, H. G.; Davis, E. H. (1974). Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics. Nova Iorque: Wiley.

Poulos, H. G.; Davis, E. H. (1980). Pile Foundation Analysis and Design. Nova Iorque: Wiley.

Randolph, M. F.; Wroth, C. P. (1978). Analysis of deformation of vertically loaded piles. Journal of the Geotechnical Engineering Division, v. 104-12, p. 1465-1487.

Seol, H., Jeong, S. (2009) Load-settlement behavior of rock-socketed drilled shafts using Osterberg-Cell tests. *Computers and Geotechnics*, 36 (7), p. 1134-1141.

Vargas, M. (1977). Uma experiência brasileira em fundações por estacas: Conferências proferidas no LNEC. Lisboa: LNEC.

Vargas, M. (1978). Uma experiência brasileira em fundações por estacas: 1ª Parte – Teoria das estacas verticais carregadas axialmente. Geotecnia, n. 23, p. 3-33.

Vargas, M. (1981). Uma experiência brasileira em fundações por estacas: 2ª Parte – Comportamento de fundações por estacas na Baixada de Santos. Geotecnia, n. 31, p. 3-39.

Vesic, A. S. (1977). NCHRP Syntesis of Highway Practice 42: Design of Pile Foundations. Washington: Transportation Research Board.