XXII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
XI Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
24 a 28 de agosto de 2026 – Brasília/DF
DOI: 10.47094/COBRAMSEG2026.6/104

Interpretação de Ensaios em Coluna em Solos Residuais com Sorção no Equilíbrio e Limitada Cineticamente

Paulo Scarano Hemsi
Professor Associado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, Brasil, paulosh@ita.br

Maria Eugenia Gimenez Boscov
Professora Titular, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, meboscov@usp.br

RESUMO: Esse artigo visa discutir a ambiguidade que pode ocorrer na interpretação de curvas experimentais de chegada de metais em ensaios de transporte em colunas usando solos tropicais, quando os modelos de transporte de advecção-dispersão com sorção no equilíbrio (AD) e advecção-dispersão com sorção limitada cineticamente (*two site model*, ADTSM) são ambos capazes de ajustar os dados experimentais com altos coeficientes de determinação. Nos ensaios da literatura analisados, em amostras indeformadas de um solo saprolítico e de um laterítico, o ajuste do modelo ADTSM resultou na consideração de que 70 a 80% dos sítios de sorção apresentariam sorção limitada cineticamente (não-equilíbrio). Por outro lado, o ajuste do modelo AD exigiu considerar coeficientes de dispersão hidrodinâmica 10 a 30 vezes superiores aos valores prévios, reduzindo o número de Péclet das colunas para apenas cerca de 1,0, e com dispersividade longitudinal nos ensaios próxima ao comprimento das colunas. Ao final, o artigo discute um contexto de interpretação em que ensaios complementares são recomendados para ajudar a elucidar na escolha do modelo de transporte mais adequado para a interpretação dos dados de transporte de metais em solos tropicais.

PALAVRAS-CHAVE: Advecção-dispersão, soluções analíticas, curva de chegada, ensaio em coluna, sorção, solo tropical.

ABSTRACT: This article aims to discuss the ambiguity that can occur in the interpretation of experimental breakthrough curves of metals in transport column tests using tropical soils, when the advection-dispersion model with equilibrium sorption (AD) and advection-dispersion with kinetically-limited sorption (two-site model, ADTSM) are both capable of fitting the experimental data with high coefficients of determination. In the literature tests analyzed, in undisturbed samples of a saprolitic and a lateritic soil, the fit of the ADTSM model resulted in the consideration that 70 to 80% of the sorption sites would present kinetically limited sorption (non-equilibrium). On the other hand, the fit of the AD model required considering hydrodynamic dispersion coefficients 10 to 30 times higher than the previous values, reducing the Péclet number of the columns to only about 1.0, and with longitudinal dispersivity in the tests near the length of the columns. Finally, the article discusses an interpretative context in which complementary tests are recommended to help elucidate the choice of the most appropriate transport model for interpreting metal transport data in tropical soils.

KEYWORDS: Advection-dispersion, analytical solutions, breakthrough curve, column tests, sorption, tropical soil.

1 INTRODUÇÃO

O transporte miscível de espécies químicas em fase aquosa através do meio poroso é descrito macroscopicamente pela advecção e dispersão hidrodinâmica, essa última incluindo dispersão mecânica e difusão. Em camadas arenosas, o transporte é dominado por advecção e dispersão mecânica, enquanto a difusão é o mecanismo predominante em solos de baixa condutividade hidráulica (argilas). A migração do soluto pode ser, ainda, afetada pela sorção, quando os solutos particionam-se para a superfície dos grãos do meio poroso. Se a transferência de massa entre as fases aquosa e sorvida ocorrer rapidamente em relação à velocidade de transporte, a sorção ocorre em equilíbrio local. Nesse contexto, as isotermas de sorção, como a linear, de Freundlich e de Langmuir, podem ser utilizadas. No entanto, quando a taxa de sorção do soluto é

menor em relação à sua taxa de migração, a sorção se torna um processo limitado cineticamente, com componentes dependentes do tempo.

No Brasil, vários estudos avaliaram a migração e retenção de metais pesados em solos residuais e lateríticos, utilizando ensaios em batelada, coluna e difusão, muitas vezes com o objetivo de avaliar o potencial de uso desses solos como camadas de revestimento de fundo em aterros sanitários e industriais (por exemplo, Demulenaere, 2004; Nascentes et al., 2008; Korf et al., 2008; Stuermer et al., 2008; Boscov et al., 2011; Thomé et al., 2013; Gabas et al., 2016). Outros trabalhos concentraram-se no estudo da sorção em equilíbrio e não-equilíbrio em solos brasileiros (por exemplo, Hemsi et al., 2002; Coelho, 2016; Guimarães, 2020; Borges et al., 2022; Cavalcante et al., 2024). Por exemplo, Guimarães (2020) mostrou que a sorção dos metais Cd, Cu, Pb e Zn em um solo laterítico exibiu comportamento dependente do tempo em ensaios em batelada e colunas.

Do ponto de vista conceitual, a sorção cineticamente limitada ocorre quando existem barreiras físicas, químicas ou estruturais que dificultam o acesso do soluto aos sítios de sorção, como difusão intrapartícula, reações químicas ou limitações de acesso aos sítios de sorção. Neste caso, a modelagem requer a inclusão de um termo cinético na equação de advecção-dispersão. As equações que governam o transporte advectivo-dispersivo com sorção limitada cineticamente e suas soluções analíticas encontram-se na literatura há muitos anos (por exemplo, van Genuchten & Wierenga, 1976; Parker & van Genuchten, 1984).

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Transporte Advectivo-Dispersivo

Na forma unidimensional, a equação que governa o transporte de solutos por advecção-dispersão com sorção no equilíbrio, admitindo meio homogêneo, fluxo em regime permanente e sem fontes/sorvedouros, pode ser escrita como (por exemplo, ver Hemsi, 2024):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\rho_d}{n}\frac{\partial S}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v\frac{\partial C}{\partial x} \tag{1}$$

onde x é a coordenada espacial na direção do transporte, t é o tempo, C e S são as concentrações do soluto nas fases aquosa e sorvida, respectivamente, ρ_d é a massa específica seca do solo, n é a porosidade do solo, v é a velocidade de percolação (dada pela velocidade de Darcy dividida por n) e D é o coeficiente de dispersão hidrodinâmica, dado pela soma dos coeficientes de dispersão mecânica e de difusão efetivo. Supondo que a sorção seja instantânea, linear e reversível, tem-se:

$$S = K_d C \tag{2}$$

onde K_d é o coeficiente de partição, denominado coeficiente de distribuição do soluto no solo. A partir daí, o fator de retardamento, R_d, pode ser definido como:

$$R_d = 1 + \frac{\rho_d}{n} K_d \tag{3}$$

E a partir dessas definições, a Equação 1 pode ser escrita como:

$$R_d \frac{\partial C}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v\frac{\partial C}{\partial x} \tag{4}$$

Por outro lado, quando a sorção é lenta (não-equilíbrio), o modelo abaixo pode ser utilizado para representar o transporte advectivo-dispersivo unidimensional acoplado a sorção limitada cineticamente, para as mesmas hipóteses da Equação 1 (Parker & van Genuchten, 1984; Goltz & Huang, 2017):

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\rho_d}{n}\frac{\partial S}{\partial t}=D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}-v\frac{\partial C}{\partial x} \\ &\frac{\partial S}{\partial t}=\alpha(K_d C-S) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

onde α é a taxa de sorção (T^{-1}). A Equação 5 representa um modelo com um único tipo de sítio de sorção na superfície das partículas do solo (*one-site model*), isto é, apenas sítios com sorção limitada cineticamente (não-equilíbrio).

Uma formulação mais geral, dada pela Equação 6, considera o transporte advectivo-dispersivo acoplado a um modelo de sorção com dois tipos de sítios de sorção (*two-site model*), ou seja, sítios com sorção no equilíbrio e sítios em que a sorção é limitada cineticamente:

$$\left.\begin{aligned} &\left(1+f\,\frac{\rho_d}{n}K_d\right)\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\rho_d}{n}\frac{\partial S_2}{\partial t}=D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}-v\frac{\partial C}{\partial x} \\ &\frac{\partial S_2}{\partial t}=\alpha\left[(1-f)K_d C-S_2\right] \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

onde f representa a fração dos sítios que apresentam a sorção instantânea (equilíbrio) e (1 – f) a fração dos sítios do solo que apresentam sorção limitada cineticamente (não-equilíbrio). Na Eq. 6, a concentração S_2 corresponde à concentração em fase adsorvida nos sítios de sorção limitada cineticamente.

2.2 Ensaios em Coluna

Os ensaios de transporte em coluna permitem verificar o comportamento dinâmico do transporte (unidimensional) do soluto no meio poroso, muitas vezes acoplado à sorção em equilíbrio ou não-equilíbrio. O ensaio se baseia em utilizar um tubo cilíndrico preenchido com uma amostra indeformada ou compactada do solo de interesse. O procedimento de ensaio (Shackelford, 2021) envolve algumas etapas. Inicialmente, a coluna é permeada com o solvente, normalmente água pura, a fim de estabelecer o fluxo em regime permanente e saturar o corpo-de-prova. Em seguida, o solvente é "instantaneamente" substituído por uma solução aquosa contendo o soluto de interesse em concentração conhecida, C_0, enquanto se mantém o fluxo em regime permanente. A solução fonte pode ser mantida constante ao longo do ensaio (fonte contínua) ou por apenas um intervalo de tempo (fonte em pulso).

As concentrações do soluto na saída da coluna (efluente), C(x=L, t), são monitoradas ao longo do tempo e plotadas em um gráfico da concentração relativa efluente, $C(x=L, t)/C_0$ versus o tempo ou número de volumes de poros percolados, o qual se denomina curva de chegada ou *breakthrough curve*. Em condições ideais (transporte dominado por advecção, sorção no equilíbrio), a curva de chegada possui formato sigmoidal simétrico (fonte contínua) (Shackelford, 2021; Hemsi, 2024). Quando o transporte é dominado pela difusão ou a sorção é limitada cineticamente, a curva resulta assimétrica.

Dois números adimensionais são úteis ao interpretar ensaios em coluna, o número de Péclet da coluna (P_L) e o número de volumes de poros percolados, ou fator tempo, T_f, definidos como:

$$P_L=\frac{vL}{D} \tag{7}$$

$$T_f=\frac{vt}{L} \tag{8}$$

Outros dois números adimensionais relevantes relacionam a taxa de sorção fora do equilíbrio com a dinâmica do transporte, o primeiro e o segundo números de Dämkholer, D_I e D_{II}:

$$D_I = \frac{\alpha L}{v} \tag{9}$$

$$D_{II} = \frac{\alpha L^2}{D} \tag{10}$$

pode-se observar que o segundo número de Dämkholer (D_{II}) é igual ao primeiro número (D_I) multiplicado pelo número de Péclet da coluna (P_L).

3 METODOLOGIA

A metodologia neste trabalho inclui o ajuste das soluções analíticas abaixo, para advecção-dispersão com sorção no equilíbrio (Eq. 4) e advecção-dispersão com o modelo de dois sítios de sorção (*two-site model)* (Eq. 6), aos dados experimentais (*breakthrough curves*) de três ensaios em coluna da literatura, sendo os ensaios 2 e 3 em solos brasileiros. Os valores dos parâmetros ajustados são então comparados, chegando-se a algumas conclusões relevantes.

3.1 Soluções Analíticas

A partir da Equação 4, a solução analítica mais apropriada para simular a curva de chegada das concentrações efluentes do soluto é a solução de Ogata & Banks (1961) (ver Shackelford, 1994, Hemsi, 2024). Desse modo, a solução de Ogata & Banks (Tabela 1), com x = L, é utilizada nesse trabalho para advecção-dispersão com sorção no equilíbrio (solução AD). Para advecção-dispersão com o modelo de dois sítios de sorção (*two-site model)* (Eq. 6), a solução analítica ADTSM foi adaptada com base em Goltz & Huang (2017). Essa solução possui as mesmas condições iniciais e de contorno da solução de Ogata & Banks (1961) sendo, portanto, apropriada para simular curvas de chegada das concentrações efluentes. Na solução, quando f = 1, os adimensionais N_2 e N_5 reduzem-se a R_d e 0,0, respectivamente, e a solução simplifica-se para a solução AD. Como observado na Tabela 1, a solução ADTSM é apresentada apenas no domínio da transformada de Laplace, conforme explicado a seguir.

Tabela 1. Soluções analíticas AD e ADTSM.

Solução	Domínio do espaço-tempo	Domínio de Laplace
AD	$\frac{C(L,t)}{C_0} = 0{,}5\left\{ erfc\left[\frac{R_d L - vt}{2(DR_d t)^{1/2}}\right] + \exp\left(\frac{vL}{2D}\right) erfc\left[\frac{R_d L + vt}{2(DR_d t)^{1/2}}\right]\right\}$	$\frac{\bar{C}(L,s)}{C_0} = \left(\frac{1}{s}\right)\exp\left\{N_1 - \sqrt{N_1^2 + \frac{L^2 s}{D} R_d}\right\}$
ADTSM	Sem forma analítica	$\frac{\bar{C}(L,s)}{C_0} = \left(\frac{1}{s}\right)\exp\left\{N_1 - \sqrt{N_1^2 + \frac{L^2 s}{D} N_2 + N_3 N_4 N_5 \frac{s}{(s+\alpha)}}\right\}$

Adimensionais:

$N_1 = \frac{vL}{2D} = \frac{P_L}{2}$ $\quad N_2 = 1 + \frac{f\,\rho_d K_d}{n}$ $\quad N_3 = \frac{\alpha L^2}{D} = D_{II}$

$N_4 = \frac{\rho_d K_d}{n} = R_d - 1$ $\quad N_5 = 1 - f$

Freqüentemente, as transformadas de Laplace são usadas para resolver as equações diferenciais que regem o transporte. A solução resultante é obtida no domínio da transformada de Laplace, ou seja, uma concentração transformada (C barra) em função de x (variável espacial) e s (variável de tempo transformada). O próximo passo é aplicar a transformada inversa de Laplace para obter a solução no domínio espaço-tempo. Em cenários complexos, a inversão analítica não é possível, como é o caso da solução ADTSM. Desse modo, um algoritmo de inversão numérica deve ser utilizado para avaliar numericamente valores discretos da concentração C, no domínio espaço-tempo, para valores pontuais de x e t. Neste trabalho, foi utilizada uma função do programa MATLAB (Mathworks) denominada INVLAP (Juraj, 2024), que se baseia no algoritmo de Hoog para inversão numérica de transformadas de Laplace.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, os resultados de três ensaios em coluna da literatura são ajustados usando as soluções analíticas AD e ADTSM, sendo os ensaios 2 e 3 em solos tropicais.

4.1 Ensaio 1

Esse primeiro ensaio em coluna visa mostrar a aplicabilidade da solução ADTSM. O ensaio 1 foi realizado e apresentado por Parker & van Genuchten (1984), tratando do transporte de um pulso do elemento boro (B) através de uma amostra indeformada de solo franco-argiloso (*clay loam*) de origem calcárea de Glendale. Quando se simula uma fonte em pulso de duração t_0, as soluções analíticas no domínio de Laplace devem ser multiplicadas pelo termo $[1-\exp(-t_0 s)]$. O comprimento da coluna foi de 0,30 m e a velocidade de percolação 0,385 m/d (4,45 x 10^{-6} m/s). A duração do pulso (t_0) foi de 5,06 d (concentração constante C_0). Os parâmetros de referência relatados por Parker & van Genuchten (1984) para a simulação do ensaio com o *two-site model* foram D = 0,00477 m^2/d (5,52 x 10^{-8} m^2/s), P_L = 24, e R_d = 4,3, e também os parâmetros β = 0,6 e ω = 0,424, equivalentes a D_I = 0,25 e f = 0,48 (com base em n = 0,4 e ρ_d = 1600 kg/m^3). Conforme mostrado na Figura 1, a solução analítica ADTSM com os valores dos parâmetros de referência dos autores resulta em um bom ajuste (R^2 = 0,982) dos dados experimentais. Por outro lado, a solução AD (com D = 5,52 x 10^{-8} m^2/s e R_d = 4,3) resulta em uma curva simétrica que não passa pelos pontos experimentais. Como é visível na Figura 1, devido à sorção fora do equilíbrio, a curva experimental é assimétrica, com chegada mais precoce do soluto devido à sorção lenta e com cauda de concentração nos tempos posteriores devido à dessorção lenta.

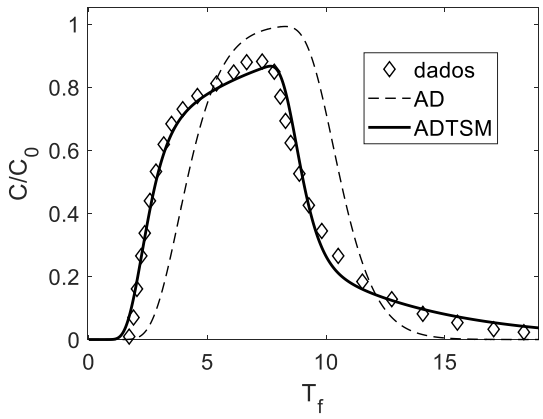


Figura 1. Dados da curva de chegada na coluna 1, com ajuste da solução ADTSM.

4.2 Ensaio 2

O segundo ensaio em coluna considerado foi realizado e apresentado por Demulenaere (2004) utilizando um solo brasileiro. O ensaio visou avaliar o transporte do metal pesado zinco (Zn), em fonte contínua, através

de corpo-de-prova de amostra indeformada de um solo residual gnáissico silto-arenoso de Duque de Caxias (RJ). O comprimento da coluna foi de 0,10 m e a velocidade de percolação de 3,88 m/d (4,5 x 10^{-5} m/s). A porosidade e massa específica seca do solo foram de, respectivamente, 0,44 e 1450 kg/m^3. A distribuição granulométrica do solo indicou 5% de pedregulho, 56% de areia, 32% de silte e 6% de argila. A mineralogia da fração grossa compreendeu quartzo, biotita e feldspato, e a da fração fina caulinita e gibsita. Os resultados do ensaio consistiram da curva de chegada de Zn na forma de C/C_0 versus T_f (até 14). A solução ADTSM foi utilizada para aproximar os dados experimentais, com os valores dos parâmetros D = 0,042 m^2/d (4,9 x 10^{-7} m^2/s) (P_L = 9), R_d = 5,66, D_I = 0,15 e f = 0,30, e alcançando R^2 = 0,99 (Figura 2a). Outra interpretação realizada foi utilizar a solução AD. Como mostrado na Figura 2b, a solução AD com os mesmos valores para D e R_d resulta em uma curva de chegada que não aproxima os pontos experimentais. Porém, com o coeficiente de dispersão hidrodinâmica aumentado por um fator de 10 (0,42 m^2/d = 4,9 x 10^{-6} m^2/s, correspondendo a P_L = 0,9), e R_d = 5,66, a solução AD é capaz de aproximar os dados (R^2 = 0,98), como mostrado na Figura 2b.

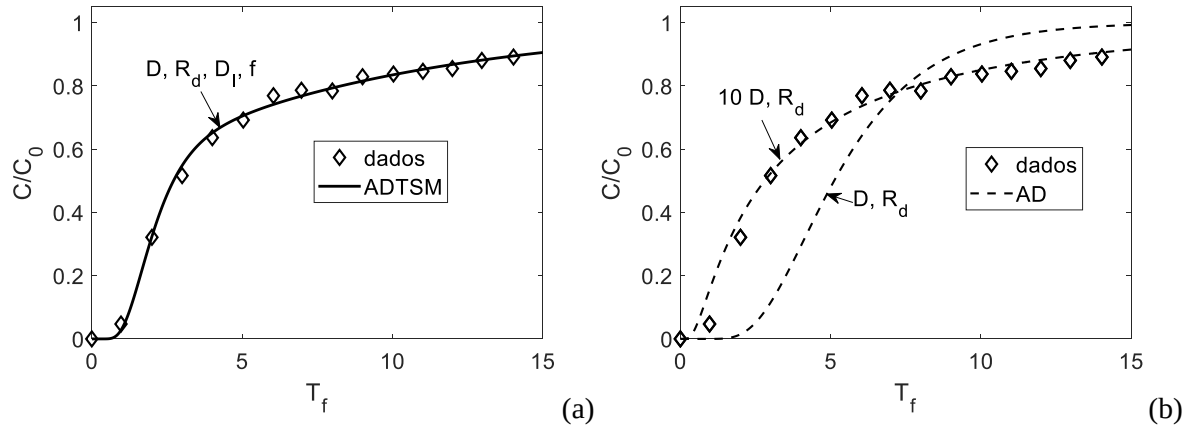


Figura 2. Dados experimentais do ensaio 2 e aproximação com as soluções analíticas: (a) ADTSM, e (b) AD.

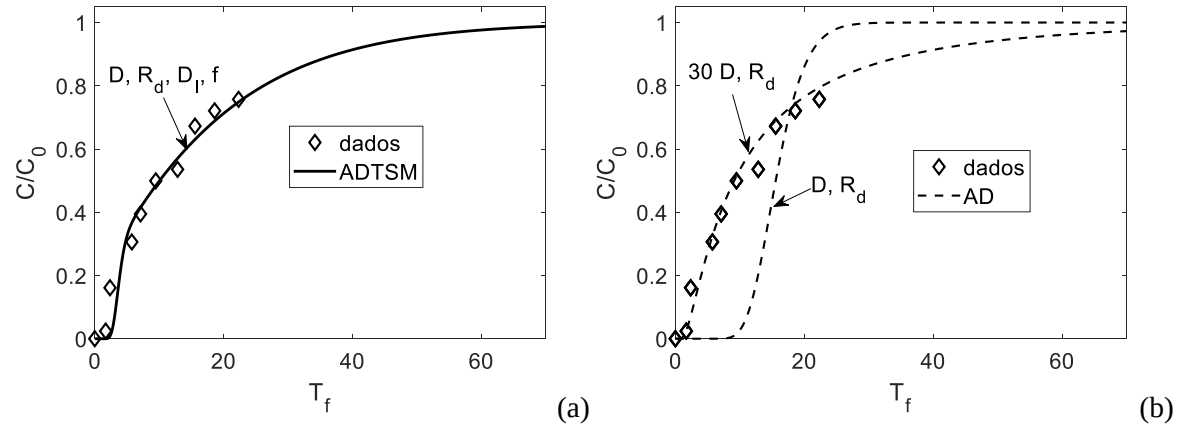


Figura 3. Dados experimentais do ensaio 3 e aproximação com as soluções analíticas: (a) ADTSM, e (b) AD.

4.3 Ensaio 3

Por fim, o ensaio em coluna 3 se refere a um ensaio realizado e apresentado por Thomé et al. (2013), com o transporte do metal pesado cádmio (Cd), em fonte contínua, através de um corpo-de-prova de amostra indeformada de um solo areno-argiloso laterítico de Passo Fundo (RS). O comprimento da coluna foi de 0,121 m e a velocidade de percolação de 17,3 m/d (2 x 10^{-4} m/s). A porosidade e massa específica seca do solo foram de, respectivamente, 0,56 e 1560 kg/m^3. A distribuição granulométrica do solo englobou 27% de areia, 5% de silte e 68% de argila. A mineralogia do solo laterítico compreendeu caulinita e óxidos de ferro. Os resultados do teste consistiram da curva de chegada de Cd na forma de C/C_0 versus T_f até 22. A Figura 3a mostra os

resultados obtidos usando a solução analítica ADTSM para aproximar os pontos experimentais, com os valores dos parâmetro D = 0,057 m^2/d (6,6 x 10^{-7} m^2/s) (P_L = 36), R_d = 16, D_I = 0,10 e f = 0,20, e atingindo R^2 = 0,95. Semelhante ao que aconteceu com o ensaio 2, a solução AD também foi utilizada, com os mesmos valores acima para D e R_d, sem conseguir aproximar os dados experimentais. Entretanto, com valor do coeficiente de dispersão hidrodinâmica 30 vezes maior (1,710 m^2/d = 2 x 10^{-5} m^2/s, correspondendo a P_L = 1,2), e R_d = 16, a solução AD foi capaz de atingir um bom ajuste (R^2 = 0,97) aos dados do ensaio.

Os resultados das Figuras 2 e 3 permitem destacar alguns aspectos para discussão. Mais de um modelo de transporte (AD e ADTSM) pode ser capaz de aproximar os dados experimentais da *breakthrough curve* de ensaios em coluna. A escolha do modelo para interpretação dos dados reflete uma decisão quanto aos processos físicos e químicos a serem priorizados. Ajustar a curva de chegada por meio da solução ADTSM implica admitir que 70 a 80% dos sítios de sorção do solo apresentam sorção limitada cineticamente, atribuido a esse efeito o formato assimétrico observado nesta curva. Por outro lado, o ajuste dos dados empregando a solução AD requer considerar um valor elevado para o coeficiente de dispersão hidrodinâmica (10 a 30 vezes maior que no caso anterior), alcançando baixos valores de P_L, da ordem de 1,0, que se justificariam apenas no caso do corpo-de-prova apresentar um elavado grau de heterogeneidade. Para solos tropicais, ambas as considerações acima podem ser pertinentes, tendo em vista que solos saprolíticos são heterogêneos e que ensaios laboratoriais da literatura têm revelado que a sorção apresenta componente dependente do tempo.

Visando ajudar a esclarecer qual dos modelos de transporte priorizar na interpretação dos dados, o ensaio em coluna com o metal pesado de interesse no solo tropical poderia ser complementado com:
- ensaios prévios em batelada, usando o mesmo metal e o mesmo solo, com o objetivo de avaliar se a sorção ocorre instantaneamente ou se é cineticamente limitada;
- ensaios prévios em coluna, usando o mesmo corpo-de-prova do solo e um íon traçador não reativo, com o intuito de aferir um valor para o coeficiente de dispersão hidrodinâmica do corpo-de-prova. É importante testar o traçador, visto que solos lateríticos podem sorver ânions devido à carga variável. O brometo, por exemplo, apresentou coeficiente de retardo igual a 1,0 em ensaio em coluna em argila laterítica, enquanto cloreto, iodeto e fluoreto foram sorvidos pelo solo (Borges, 2024), e, ainda,
- repetir os ensaios em coluna com o metal de interesse, desta vez utilizando o solo tropical destorroado e recompactado no mesmo índice de vazios da amostra indeformada, mas sem sua estrutura, para verificar as variações obtidas nos parâmetros.

5 CONCLUSÕES

Os ensaios em coluna da literatura utilizados nas análises desse artigo permitiram concluir quanto à possibilidade de interpretação de curvas experimentais de chegada de metais em solos tropicais utilizando tanto o modelo de transporte de advecção-dispersão com sorção no equilíbrio (AD) quanto de advecção-dispersão com sorção limitada cineticamente (*two site model*, ADTSM). Embora os coeficientes de ajuste R^2 tenham sido elevados para todas as simulações, o modelo AD necessitou considerar valores de dispersão hidrodinâmica muito elevados, compatíveis com alto grau de heterogeneidade nas amostras. Já o ajuste do modelo ADTSM exigiu considerar que 70 a 80% dos sítios de sorção dos solos apresentariam sorção limitada cineticamente (não-equilíbrio). Ao final, o artigo discutiu um contexto de interpretação em que ensaios complementares são recomendados para ajudar a elucidar na escolha do modelo de transporte preferível para a interpretação dos dados de transporte de metais em solos tropicais, mostrando a necessidade de se estudar os fenômenos envolvidos, em condições controladas, de forma mais detalhada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Borges, Y.I.S.; Ferrari, V.M.; Alves, L.Z.; Boscov, M.E.G. (2022). Modelagem matemática da cinética de sorção em solos estruturados e não-estruturados. In: XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, Campinas - SP.

Borges, Y.I.S. (2024). Microestrutura de um latossolo compactado e o transporte de solutos em não-equilíbrio físico. Tese de doutorado, Escola Politécnica, USP, São Paulo.

Boscov, M.E.G.; Hachich, W.C.; Mahler, C.F.; Oliveira, E. (2011). Properties of a lateritic red soil for pollutant containment. *Journal of Environmental Protection*, 2: 923-931, https://doi.org/10.4236/jep.2011.27105.

Cavalcante, A.L.B.; Santos, D.B.; Alcantara, D.V.; Garzón, M.C.O.; Souza, N.M.; Boscov, M.E.G. (2024). Coupled kinetics adsorption-desorption model applied to batch tests. *International Journal of Geomechanics*, 24(5), 04024067. http://doi.org/10.1061/IJGNAI.GMENG-8932.

Coelho, C.R.B. (2016). Estudo teórico e experimental de fluxo de água e transporte de solutos em equilíbrio e não-equilíbrio em solos tropicais. Tese de Doutorado. UFRJ/COPPE, Rio de Janeiro.

Demuelenaere, R.G.A. (2004). Caracterização de propriedades de transporte de metais pesados em solos residuais do Rio de Janeiro. Dissertação (Mestrado), PUC Rio, Rio de Janeiro.

Gabas, S.G.; Sarkis, J.E.S.; Boscov, M.E.G. (2016). Heavy metal diffusion and retention in a mineral barrier of compacted lateritic soil. *Revista Brasileira de Geologia de Engenharia e Ambiental*, 4:9-22.

Goltz, M.; Huang, J. (2017). Analytical Modeling of Solute Transport in Groundwater: Using Models to Understand the Effect of Natural Processes on Contaminant Fate and Transport, 1st Edition, John Wiley & Sons, NY, USA.

Guimarães, T.A. (2020). Estudo da cinética de sorção de metais em solo laterítico. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasilia, UnB.

Hemsi, P.S. (2024). Transporte de poluentes nos solos com exercícios resolvidos usando soluções analíticas. Editora Oficina de Textos, São Paulo.

Hemsi, P.S.; Boscov, M.E.G.; Shackelford, C.D. (2002). Points of zero charge and adsorption for a Brazilian residual soil. In Proceedings of the 4th International Congress on Environmental Geotechnics, Rio de Janeiro. Balkema.

Juraj (2024). INVLAP, Numerical Inversion of Laplace Transforms in Matlab (https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/32824-numerical-inversion-of-laplace-transforms-in-matlab), MATLAB Central File Exchange.

Korf, E.P.; Melo, E.F.R.Q.; Thomé, A.; Escosteguy, P.A.V. (2008). Retenção de metais em solo da antiga área de disposição de resíduos sólidos urbanos de passo fundo–RS. *Revista de Ciências Ambientais*, 2(2): 43-60.

Nascentes, R.; Azevedo, I.C.D.; Matos, A.T.; Fontes, M.P.F.; Azevedo, R.F.; Guimaraes, L.M. (2008). Laboratory study on the mobility of heavy metals in compacted residual soil. *Soils and Rocks*, 31(1): 29-44. http://doi.org/10.28927/SR.311029

Ogata, A.E.; Banks, R. B. (1961). A solution of the differential equation of longitudinal dispersion on porous media. U.S. Geological Survey Professional Paper, 411-A.

Parker, J.C.; van Genuchten, M.T. (1984). Determining transport parameters from laboratory and field tracer experiments. Virginia Agricultural Experiment Station. Blacksbug: Virginia Polytechnic Institute and State University. 89p. Bulletin 87-3.

Shackelford, C.D. (2021). Fundamental considerations for column testing of engineered, clay-based barriers. *Third International Symposium on Coupled Phenomena in Environmental Geotechnics*, Japanese Geotechnical Society Special Publication, 9(10): 441-460, https://doi.org/10.3208/jgssp.v09.cpeg024

Stuermer, M.M.; Boscov, M.E.G.; Oliveira, E. (2008). Metal transport parameters of a gneiss saprolitic silty soil for liner design. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 134(1): 417-554. http://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2008)134:4(509)

Thomé, A.; Korf, E.P.; Tímbola, R.S.; Consoli, N.C. (2013). Cadmium Transport Parameters in a Clayey Residual Soil with Different Values of Contaminant pH. *Soils and Rocks*, São Paulo, 36(3): 311-316.

van Genuchten, M.T.; Wierenga, P. J. (1976). Mass-transfer studies in sorbing porous-media .1. Analytical solutions. *Soil Science Society of America Journal*, 40(4): 473-480.