

DOI: 10.47094/COBRAMSEG2024/184

Avaliação do desempenho do método de equilíbrio limite de Correia em análises probabilísticas de estabilidade de taludes via FORM

Jônatas Martins Pereira

Graduando em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia de Bauru (FEB), Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Bauru, SP, Brasil, jonatas.martins@unesp.br

Higor Biondo de Assis

Doutorando em Geotecnia, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil e Ambiental (PPGCA), Faculdade de Engenharia de Bauru (FEB), Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Bauru, SP, Brasil, higor.assis@unesp.br

Caio Gorla Nogueira

Professor Assistente Doutor, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil e Ambiental (PPGCA), Faculdade de Engenharia de Bauru (FEB), Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Bauru, SP, Brasil, caio.nogueira@unesp.br

RESUMO: Este trabalho apresenta uma breve avaliação da eficiência computacional proporcionada pelo método de equilíbrio limite de Correia, em análises de estabilidade de taludes. Com uso do programa RASS para realização das análises, três exemplos de taludes são apresentados com o objetivo de validar a implementação do método de Correia, de comparar o histórico de convergência de diferentes métodos de equilíbrio limite, tanto em análises determinísticas, quanto em análises probabilísticas via acoplamento direto de métodos de equilíbrio limite ao Método de Confiabilidade de Primeira-Ordem (FORM). Os resultados demonstraram a consistência das respostas fornecidas pelo método de Correia, sendo muito semelhantes às respostas dos métodos de Spencer e de Morgenstern-Price. Além disso, uma redução do tempo total de processamento foi observada na investigação da superfície de ruptura de máxima probabilidade de falha, apontando o método de Correia como uma interessante alternativa ao acoplamento direto, sob a perspectiva da eficiência computacional em análises probabilísticas de estabilidade de taludes via FORM, especialmente em situações que exijam um grande volume de análises.

PALAVRAS-CHAVE: Estabilidade de Taludes, Equilíbrio Limite, Método de Correia, Análise Probabilística, FORM, Acoplamento Direto.

ABSTRACT: This paper presents a brief evaluation of the computational efficiency provided by Correia's limit equilibrium method in slope stability analyses. Using the RASS programme to carry out the analyses, three examples of slopes are presented with the aim of validating the implementation of Correia method, comparing the convergence history of different limit equilibrium methods, both in deterministic analyses and in probabilistic analyses via direct coupling of limit equilibrium methods to the First-Order Reliability Method (FORM). The results demonstrated the consistency of the answers provided by Correia method, which were very similar to the answers provided by the Spencer and Morgenstern-Price methods. In addition, a reduction in total processing time was observed in the investigation of the rupture surface of maximum probability of failure, pointing to the Correia method as an interesting alternative to direct coupling, from the perspective of computational efficiency in probabilistic analyses of slope stability via FORM, especially in situations requiring a large volume of analyses.

KEYWORDS: Slope Stability, Limit Equilibrium, Correia Method, Reliability Analysis, FORM, Direct Coupling.

1 INTRODUÇÃO

A estabilidade de taludes é uma área de relevante interesse da Geotecnia, dada a ocorrência frequente de rupturas que resultam em significativos danos econômicos, ambientais e sociais. Tais eventos podem afetar severamente infraestruturas, atividades industriais e agrícolas, ecossistemas e, tragicamente, causam perdas de vidas humanas. Diversos fatores podem contribuir para a ocorrência de rupturas de taludes, como eventos naturais extremos e ações antrópicas. Jiang *et al.* (2022a) apontam que as rupturas de taludes tendem a aumentar no âmbito mundial nos próximos anos, apesar das melhorias na capacidade de reconhecimento de áreas de risco, na previsão de ocorrência, nas medidas mitigatórias e nos sistemas de alerta. Os autores atribuem esta tendência a fatores como mudanças climáticas, responsáveis por secas e chuvas mais extremas, e aos processos de urbanização e desenvolvimento em áreas mais propensas aos deslizamentos.

A condição de estabilidade de um talude é usualmente avaliada a partir do cálculo do fator de segurança (FS) e tem por fundamento a Teoria de Equilíbrio Limite. Em taludes em que a ruptura ocorre de forma rotacional, o cálculo do FS emprega o método das lamelas, que consiste em discretizar a massa deslizante de solo em fatias verticais (lamelas) para que as condições de equilíbrio estático sejam impostas. Originalmente, o problema de estabilidade de taludes, segundo o método das lamelas, é estaticamente indeterminado. Por consequência, simplificações nas formulações são necessárias para que o cálculo do FS seja possível e o problema da indeterminação seja contornado. Com isso surgem naturalmente os diferentes métodos de equilíbrio limite, sejam eles simplificados ou rigorosos (DUNCAN, 1996; DUNCAN; WRIGHT, 2014). São classificados como simplificados, os métodos que não satisfazem todas as condições de equilíbrio de forças ou de momentos. O cálculo do FS é dado por meio de uma única equação não linear, por processo direto ou iterativo. Exemplos desses métodos são: método de Fellenius ou Ordinário das Lamelas, método de Bishop Simplificado, método de Janbu Simplificado, entre outros. Já os métodos rigorosos são aqueles que satisfazem todas as condições de equilíbrio de forças e de momentos e, geralmente, o cálculo do FS é dado por duas equações não lineares, sendo uma relacionada ao FS de momentos e outra ao FS de forças, o que aumenta o esforço de cálculo envolvido na solução do problema. São exemplos de métodos rigorosos os métodos de Janbu Generalizado ou Janbu Rigoroso, o método de Spencer e o método de Morgenstern-Price (FREDLUND; KRAHN, 1977). Há ainda, entre os métodos rigorosos, o método de Correia, aparentemente menos difundido, que tem como principal característica o cálculo do FS a partir de uma única equação não linear (CORREIA, 1989). O método foi desenvolvido com a proposta de reduzir o esforço envolvido no cálculo do FS em relação aos demais métodos rigorosos, sem deixar de satisfazer todas as condições de equilíbrio de forças e de momentos. A solução do FS segue, portanto, a abordagem determinística, em que todos os parâmetros de entrada do problema são constantes. Contudo, apesar de esta ser uma prática consagrada na Geotecnia, análises exclusivamente determinísticas podem fornecer valores de FS incapazes de expressar adequadamente o nível de segurança real do talude e, por consequência, produzir custos desnecessários em soluções de engenharia ou ainda riscos superiores ao admissível, pois as análises consideram a quantificação de nenhuma das possíveis fontes de incertezas associadas ao problema (CHRISTIAN; LADD; BAECHER, 1994).

Uma das principais fontes de incerteza associada ao problema de estabilidade de taludes está relacionada ao fato do solo ser um material de origem natural, que apresenta variabilidade espacial em seus parâmetros de resistência, mesmo em um solo classificado como homogêneo (JI, 2014). Além da variabilidade intrínseca dos parâmetros de resistência do solo, outras fontes de incertezas estão presentes no problema de estabilidade de taludes (JIANG *et al.*, 2022b), como as incertezas epistêmicas, as quais estão relacionadas à qualidade das medidas de caracterização do material e à acurácia dos modelos mecânicos de previsão, por exemplo. Por essas razões, avaliar a segurança de um talude com um único valor de FS pode não ser a melhor opção (CHAKRABORTY; DEY, 2022), principalmente quando é possível empregar a abordagem probabilística.

A abordagem probabilística, via Teoria da Confiabilidade, tem se tornado uma prática cada vez mais ampla no meio geotécnico ao longo das últimas duas décadas (XIAO *et al.*, 2017), inclusive nas análises de estabilidade de taludes. As análises probabilísticas permitem a consideração direta de incertezas, as quais podem ser representadas na forma de variáveis aleatórias. Com isso, as respostas das análises possibilitam o enriquecimento do conjunto de informações úteis ao processo de tomada de decisões e proporcionam soluções mais racionais (LI *et al.*, 2016; JIANG *et al.*, 2022b; ZHANG *et al.*, 2022; QIN *et al.*, 2024) acerca do caso estudado. No entanto, há um aumento substancial no volume de cálculos requeridos em análises probabilísticas

em comparação às análises determinísticas, fato este que torna imprescindível a otimização dos processos de cálculo e uma melhor definição das estratégias de análise, que inclui a escolha de métodos mais adequados, para obtenção das respostas de interesse com o menor esforço computacional possível.

Diante do contexto brevemente apresentado, o objetivo deste estudo é comparar a eficiência computacional e a consistência dos resultados do método de Correia com outros métodos de equilíbrio limite mais comumente utilizados na prática geotécnica atual, a fim de verificar se existem vantagens importantes em sua utilização em análises determinísticas e, principalmente, em análises probabilísticas. As análises apresentadas foram realizadas com uso do programa computacional *in-house* denominado *Risk Assessment applied to Slope Stability* (RASS), por meio do acoplamento direto dos métodos de equilíbrio limite ao Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM).

2 METODOLOGIA

Os métodos de equilíbrio limite escolhidos para este trabalho foram: Bishop simplificado (Bishop) (BISHOP, 1955), Janbu corrigido (Janbu) (JANBU, 1954a; JANBU, 1954b; JANBU, 1973), Spencer (SPENCER, 1967; SPENCER, 1973), Morgenstern-Price (MP) (MORGENSTERN; PRICE, 1965), conforme a formulação apresentada por Zhu et. al., (2005), e Correia (CORREIA, 1989). Esses métodos são fundamentados na teoria de equilíbrio limite, mais especificamente no método das lamelas, que envolve a subdivisão do talude em uma quantidade finita de fatias verticais, denominadas lamelas, e a subsequente imposição das condições de equilíbrio de forças e/ou momentos às lamelas. Conforme já mencionado, este problema de equilíbrio estático é originalmente indeterminado e requer a admissão de hipóteses simplificadoras para que o cálculo de FS seja possível. São as diferentes simplificações que dão origem aos diferentes métodos, de modo que cada método apresenta seu próprio procedimento para o cálculo do FS , a partir das premissas consideradas para garantir a determinação estática do problema. Mais informações sobre os métodos de equilíbrio limite são apresentadas em Fredlund e Krahn (1977), Duncan (1996), Duncan e Wright (2014), Abramson et. al. (2007), Zhu et al., (2003), Zhu et al., (2005).

2.1 Método de Correia

O presente trabalho tem foco na avaliação da eficiência do método proposto por Correia (1989). Este método trata da indeterminação estática do problema de estabilidade com o uso da hipótese, dada pela Equação 1:

$$X = X_{\max} \cdot f(x) \quad (1)$$

onde X representa as forças tangenciais interlamelares; $f(x)$ é a função de forma escolhida, sendo neste caso a função sino, composta por três segmentos parabólicos e simétrica (CORREIA, 1989), e refere-se às coordenadas horizontais x para a variação da força tangencial de interação; X_{\max} é um fator de escala, incógnita adicional do método, que deve ser calculada no processo iterativo de solução do FS . É importante destacar que o FS é um parâmetro importante na engenharia e seu conceito é bastante consolidado, sendo definido como a relação entre as forças e/ou momentos resistentes e as forças e/ou momentos atuantes, que tendem a causar a instabilidade do talude. Em outras palavras, o FS é definido como a razão entre a resistência total disponível e a resistência total mobilizada. Maiores detalhes relacionados à formulação do método de Correia podem ser consultados em Correia (1989) e Zhu et al., (2003).

2.2 Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM)

Para considerar de forma mais realista as incertezas intrínsecas ao problema de estabilidade de talude, este estudo considerou os parâmetros de resistência do solo como variáveis aleatórias. Segundo observado em Montgomery e Runger (1999), uma variável aleatória pode ser definida como uma função que fornece um número real para cada resultado de um experimento aleatório dentro de um determinado espaço amostral. Portanto para complementar a análise com os dados estatísticos das variáveis aleatórias, foi implementado o acoplamento direto entre a abordagem determinística via métodos de equilíbrio limite e a análise probabilística via FORM, com base no uso do software RASS.

Para aplicar o FORM, é necessário formular a função de estado limite, que define o modo de falha para o qual a probabilidade de ocorrência é calculada, via teoria da confiabilidade. As variáveis aleatórias introduzidas ao problema são representadas pelo vetor $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, que neste caso representa os parâmetros de resistência do solo. A função de estado limite $g(\mathbf{x})$ representa o modo de falha dado pela ruptura por cisalhamento do talude e é dada na forma $g(\mathbf{x}) = FS(\mathbf{x}) - 1,00$ (PHOON, 2008), em que \mathbf{x} é o vetor de todos os valores assumidos pelas variáveis aleatórias \mathbf{X} na avaliação da função de estado limite. Assim, $g(\mathbf{x}) \leq 0$ representa o domínio de falha e a probabilidade de falha é então definida conforme Equação 2:

$$P_f = \int_{g(\mathbf{x}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = P[g(\mathbf{x}) \leq 0] = P[FS(\mathbf{x}) - 1,00 \leq 0] \approx 1 - \Phi(\beta) \quad (2)$$

onde: $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ representa a função densidade de probabilidades conjunta; $\Phi(\cdot)$ é a distribuição normal padrão acumulada. No entanto, não se dispõe de dados suficientes para a construção de $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ para que a integral possa ser avaliada. Sendo assim, esta função é estimada a partir das probabilidades marginais das variáveis aleatórias.

O FORM se baseia no mapeamento do problema no espaço físico \mathbb{X} para o espaço normal padrão não-correlacionado \mathbb{Y} , por meio da transformação $T(\cdot)$, de modo que $\mathbf{y} = T(\mathbf{x})$, onde \mathbf{y} representa os valores transformados de \mathbf{x} . Esta transformação é conhecida como transformação isoprobabilística, pois tem o objetivo de manter o mesmo conteúdo de probabilidades em ambos os espaços e pode ser feita com base no princípio de aproximação da cauda, descrito por (DITLEVSEN, 1981), e também pelo modelo de Nataf (NATAF, 1962), conforme descrito por (MELCHERS e BECK, 2018). O FORM é essencialmente um problema de otimização, no qual deve-se encontrar o ponto de projeto \mathbf{y}^* que minimize o valor do índice de confiabilidade (β) de Hasofer e Lind (1974) (ANG; TANG, 1984), definido na Equação 3:

$$\beta = \sqrt{\mathbf{y}^{*T} \mathbf{y}^*} = \|\mathbf{y}^*\| \quad (3)$$

3 RESULTADOS

3.1 Validação do Método de Correia

Para a validação da formulação programada no RASS para o método de Correia, utilizou-se o mesmo grupo de problemas do artigo original (CORREIA, 1989), com escalas horizontais e verticais iguais. Os taludes utilizados possuem superfícies de ruptura composta, ou seja, não circulares. O primeiro exemplo, caso 1, é um talude homogêneo e sem pressões neutras, com as seguintes propriedades do solo: peso específico (γ) = 20 kN/m³; $\phi' = 28^\circ$; $c' = 2$ kPa. O segundo exemplo, caso 2, é um talude não homogêneo com nível d'água e uma fenda de tração sem água, com as seguintes propriedades dos solos: $\gamma_1 = 18,8$ kN/m³; $\phi'_1 = 24^\circ$; $c'_1 = 25$ kPa; $\gamma_2 = 18,8$ kN/m³; $\phi'_2 = 12^\circ$; $c'_2 = 0$ kPa, conforme a Figura 2.

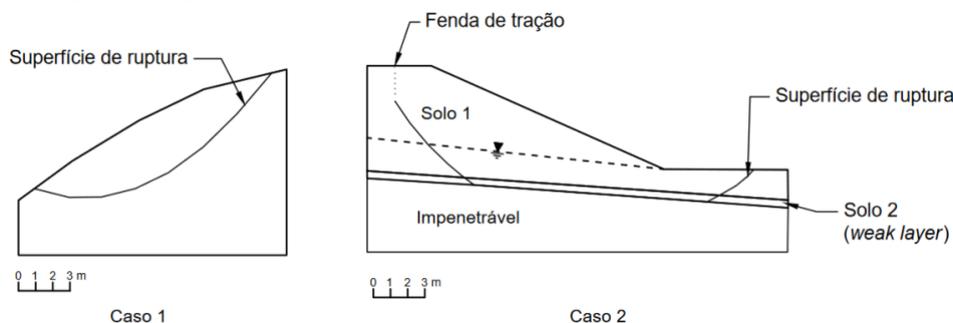


Figura 2. Casos propostos no artigo original.

Com o uso do RASS, os taludes foram submetidos às análises determinísticas de estabilidade para comparação das respostas obtidas com as originais de Correia (1989), conforme a Tabela 1.

Tabela 1. Resultados do Benchmark

Caso	FS			X_{max}		
	Correia (1989)	RASS	Erro relativo	Correia (1989)	RASS	Erro relativo
1	1,449	1,458	0,62%	45,4	42,22	7,00%
2	1,631	1,637	0,36%	18,7	19,94	6,63%

Com base na análise dos resultados apresentados na Tabela 1, verifica-se que a formulação implementada no RASS está consistente, uma vez que os resultados obtidos foram muito próximos aos do artigo original de Correia (1989). O erro observado para *FS* foi inferior a 1%, o que sugere que qualquer discrepância pode ser atribuída a pequenas imprecisões geométricas na reprodução do exemplo original, em que as coordenadas dos pontos são extraídas visualmente com auxílio de ferramentas computacionais, pois não há informações dos valores das coordenadas no trabalho original.

3.2 Avaliação dos Métodos de Equilíbrio Limite

Para comparar as respostas e desempenho dos métodos de equilíbrio limite, o talude proposto por Donald e Giam (1989), representado na Figura 3 com escalas horizontais e verticais iguais, foi submetido a um conjunto de análises determinísticas e probabilísticas com todos os métodos de equilíbrio limite propostos anteriormente. As propriedades dos materiais constituintes do talude são: $\gamma_1 = 19,5 \text{ kN/m}^3$; $\phi'_1 = 38^\circ$; $c'_1 = 0 \text{ kPa}$; $\gamma_2 = 19,5 \text{ kN/m}^3$; $\phi'_2 = 23^\circ$; $c'_2 = 5,3 \text{ kPa}$; $\gamma_3 = 19,5 \text{ kN/m}^3$; $\phi'_3 = 20^\circ$; $c'_3 = 7,2 \text{ kPa}$

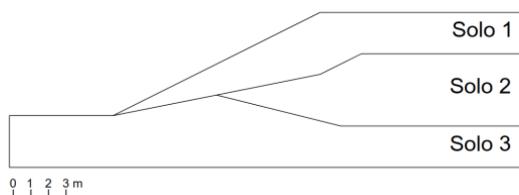


Figura 3. Talude proposto por Donald e Giam (1989).

3.2.1 Análise Determinística

A análise clássica de estabilidade de talude, por meio dos métodos de equilíbrio limite, foi realizada para o talude proposto, que foi dividido em 50 lamelas de mesma largura. Foram avaliadas cerca de 2800 superfícies de ruptura, as superfícies avaliadas estão dispostas na Figura 9. Os resultados obtidos para todos os métodos estão apresentados na Figura 4.

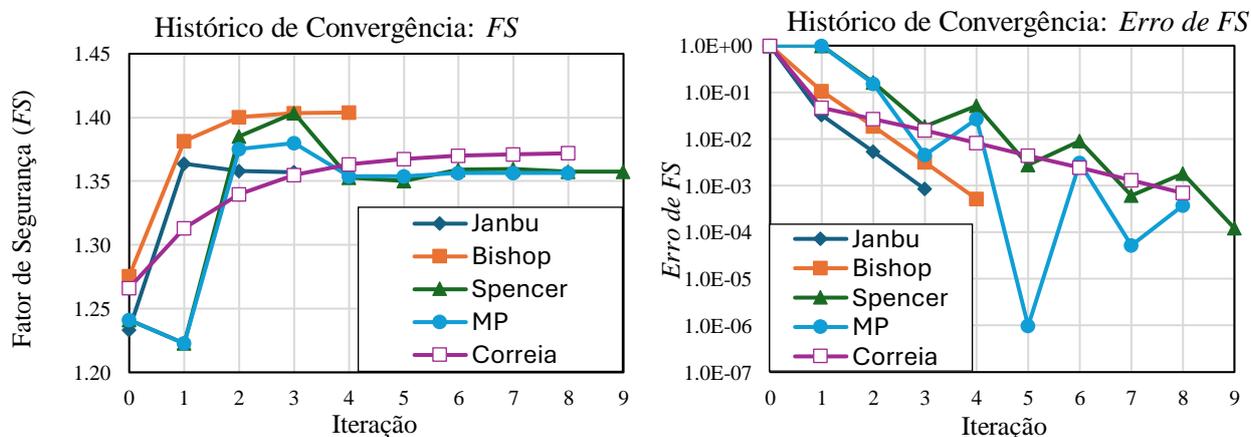


Figura 4. Históricos de convergência de *FS* e *Erro de FS*.

Para a análise realizada, o método de Fellenius foi utilizado para a estimativa inicial de FS por se tratar de um método direto. Adotou-se a tolerância de 10^{-3} para FS , portanto a convergência só foi atingida quando o erro resultou em um valor menor ou igual à tolerância utilizada. A partir da Figura 4, observa-se que todos os métodos avaliados convergiram com sucesso, cada método de equilíbrio limite apresentou um número distinto de iterações até atingir a convergência de FS . Os métodos simplificados apresentaram os menores números de iterações. Janbu convergiu em 3 iterações, o fator de correção do método foi de 1,077 para este caso. Em contrapartida, os métodos de Spencer e Morgenstern-Price apresentaram um processo iterativo muito parecido por se tratar de métodos similares, atingindo a convergência com 9 e 8 iterações, respectivamente. O método de Correia apresentou um comportamento monotônico no processo de iteração, sendo distinto dos demais, o método atingiu a convergência com 8 iterações. Além disso, observou-se que os resultados foram similares aos obtidos por Donald e Giam (1989) para o talude analisado.

Simultaneamente mediu-se o tempo de processamento de cada método na abordagem determinística, os tempos de processamento foram similares, entre 0,2 e 0,3 segundos, onde os métodos rigorosos apresentaram os maiores tempos. As análises deste estudo foram todas conduzidas em um computador de uso pessoal, utilizando o RASS, modificando apenas a opção do método de equilíbrio limite. Embora isso não seja suficiente para determinar qual método é o mais eficiente em termos computacionais, os métodos simplificados tiveram tempos inferiores aos rigorosos, sendo que dos rigorosos o método de Correia apresentou o menor tempo de cálculo.

3.2.2 Análise Probabilística

Para a abordagem probabilística, os parâmetros de resistência do solo, c' e ϕ' , foram considerados como variáveis aleatórias, sendo que cada um dos materiais presentes no talude é considerado um campo aleatório unidimensional (VANMARCKE, 1977). Conforme exposto previamente, para descrever variáveis aleatórias, é necessário determinar os parâmetros de distribuição, como o coeficiente de variação (COV), dado por σ_x/μ_x , onde σ_x é o desvio padrão e μ_x é o valor médio da variável aleatória. Neste trabalho adotou-se a distribuição normal para todas as variáveis aleatórias, com médias definidas pelos próprios valores de c' e ϕ' adotados para a análise determinística. Já para o coeficiente de variação, os valores adotados foram baseados em Phoon e Kulhawy (1999a) e Phoon e Kulhawy (1999b), sendo que $COV_{c'} = 0,4$ e $COV_{\phi'} = 0,1$. Após a conclusão das análises, foram obtidos os valores de β e P_f , além de outros parâmetros relevantes ao processo de convergência. Tais respostas estão apresentadas na Figura 5. Observa-se que os métodos avaliados tiveram respostas coerentes e processos de convergência similares, em que todos atingiram a convergência com 4 iterações. Além disso, também se obteve o tempo de processamento dos métodos. A diferença entre os métodos foi significativa na questão da eficiência computacional, sendo que Janbu apresentou o maior tempo de cálculo (10,81 s) e Correia apresentou o menor tempo (4,87 s), enquanto os métodos de Spencer e MP ficaram próximos ao de Correia, e o método de Bishop apresentou um tempo de cerca de 6,0 s. Por fim, para a comparação das superfícies críticas obtidas para cada método de equilíbrio limite, o conjunto de superfícies circulares de ruptura avaliadas e as superfícies críticas identificadas estão ilustradas na Figura 6. As superfícies avaliadas estão representadas pela cor cinza, enquanto as superfícies críticas foram destacadas conforme as legendas. A partir das superfícies críticas, observou-se que na abordagem exclusivamente determinística, as superfícies críticas obtidas foram distintas, apenas Spencer e MP coincidiram. Já na abordagem probabilística, as superfícies críticas foram próximas, com todos os métodos coincidindo, com a exceção do método de Janbu. Por fim, foi possível avaliar os tempos de processamento tanto para abordagem puramente determinística e probabilística, onde os dados do tempo de processamento para cada método estão dispostos na Figura 7.

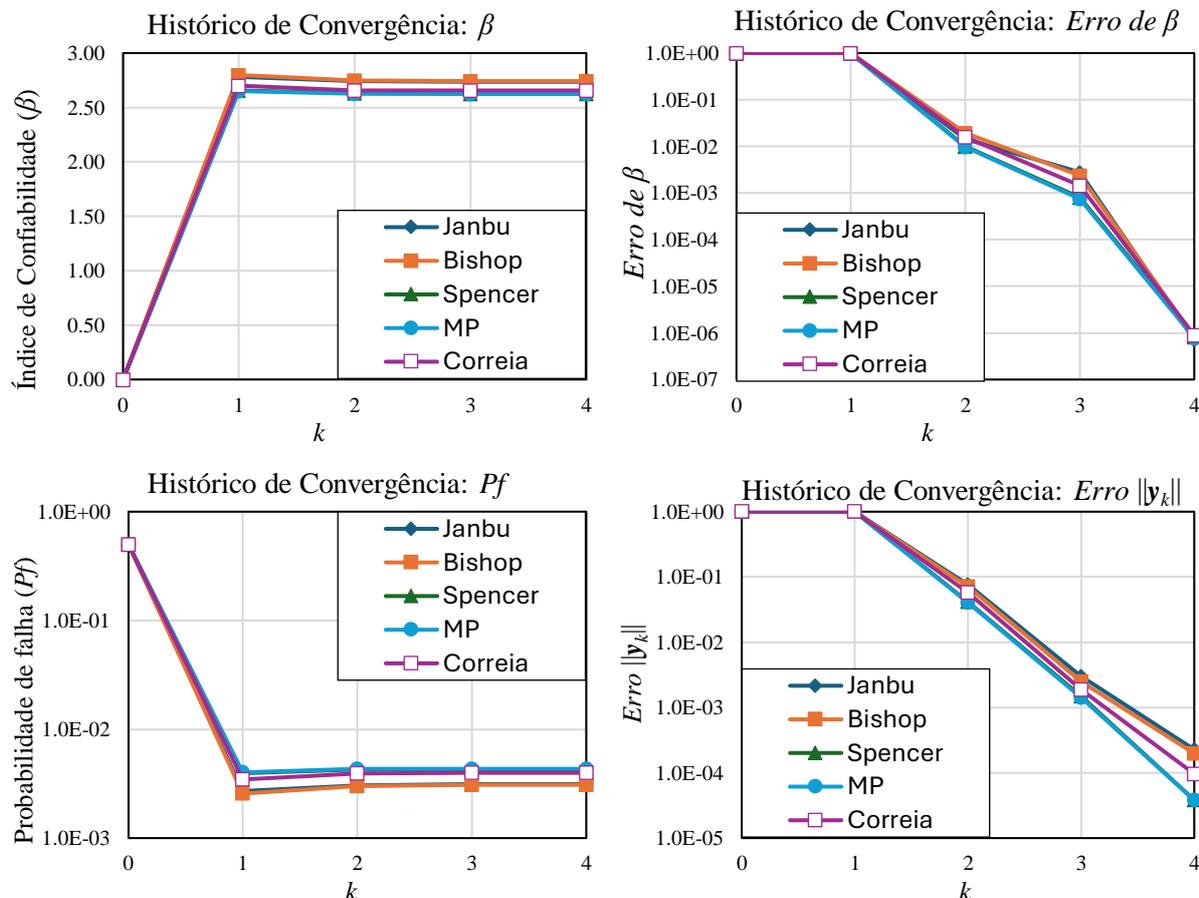


Figura 5. Históricos de convergência de β , Erro de β , P_f , erro nas coordenadas do ponto de projeto (Erro $\|y_k\|$) para k iterações.

Portanto, percebeu-se que para o caso avaliado, os tempos obtidos inicialmente na abordagem determinística não foram suficientes para determinar a eficiência dos métodos quando estes são utilizados para a abordagem probabilística via acoplamento direto. O método de Correia mostrou-se menos eficiente que Janbu e Bishop na abordagem determinística, porém foi o método mais eficiente em termos computacionais na análise probabilística para este caso. Acredita-se que isto ocorreu porque quando múltiplas superfícies são avaliadas para a abordagem probabilística, a convergência das respostas pode adotar diferentes comportamentos em parte das superfícies avaliadas, o que pode variar em função do método de equilíbrio limite escolhido. No caso estudado, este comportamento foi observado, porém isso não pode ser adotado como regra, pois para diferentes premissas, o comportamento de convergência das respostas pode ser distinto ao observado neste trabalho.

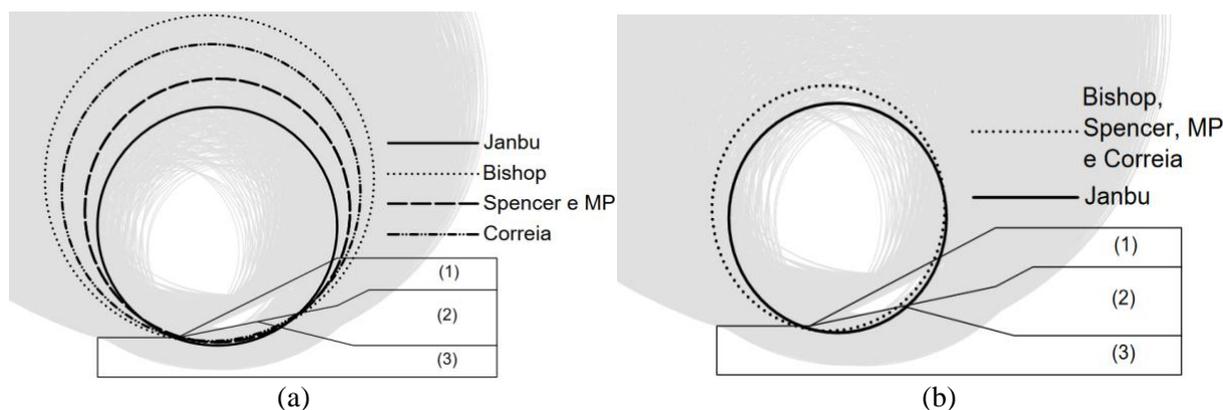


Figura 6. Conjunto de superfícies de ruptura avaliadas, com destaque as superfícies críticas (a) determinísticas e (b) probabilísticas.

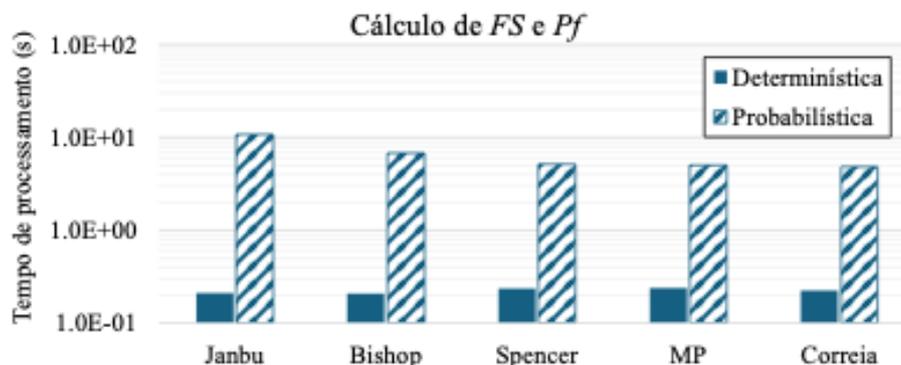


Figura 7. Tempo de processamento de *FS* e *Pf*.

Além disso, Correia (1989) sugere que seu método seria capaz de proporcionar a redução para 1/3 do tempo total de análise em relação a MP. Porém, isso não foi observado nos resultados, o tempo de processamento do método de Correia e MP foram próximos, acredita-se que isso é devido ao algoritmo implementado no RASS para o cálculo de FS do MP, que é apresentado com detalhes em Zhu et. al. (2005).

4 CONCLUSÕES

As conclusões obtidas a partir deste estudo revelam importantes informações a respeito da seleção e da eficiência dos métodos de equilíbrio limite nas análises probabilísticas de estabilidade de taludes. Estas informações podem auxiliar na escolha das opções mais eficientes e, conseqüentemente, na redução do tempo de processamento das análises. Embora, para o caso estudado, a escolha do método de equilíbrio limite não tenha demonstrado impacto significativo no número de iterações para a convergência das respostas probabilísticas do FORM, observou-se que cada método exigiu um tempo de processamento distinto. Sendo assim, o método de Correia destacou-se como a opção mais eficiente dentre os métodos utilizados neste estudo. Além disso, o método de Correia forneceu respostas muito próximas às obtidas pelos demais métodos de formulação rigorosa, como Spencer e Morgenstern-Price. A melhor eficiência observada para o método de Correia sugere que tal método representa uma opção interessante para análises probabilísticas de estabilidade de taludes, oferecendo resultados consistentes com um custo computacional relativamente reduzido. Esses resultados podem fornecer orientações para uma seleção mais racional dos métodos de equilíbrio limite nas análises probabilísticas de estabilidade de taludes.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAMSON, L. W. et al. (2001) *Slope stability and stabilization methods*. John Wiley & Sons.
- ANG, A.H-S.; TANG, W.H. (1984) *Probability concepts in engineering planning and design*. v. 2 – decision, risk and reliability, New York: John Wiley & Sons.
- BISHOP, A.W. (1955) The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Geotechnique*, 5(1), 7-17.

- CHAKRABORTY, R.; DEY, A. (2022) Probabilistic slope stability analysis: state-of-the-art review and future prospects. *Innovative Infrastructure Solutions*.
- CHRISTIAN, J. T.; LADD, C. C.; BAECHER, G. B. (1994) Reliability Applied to Slope Stability Analysis. *Journal of Geotechnical Engineering*, v. 120, n. 12, p. 2180–2207.
- CORREIA, R. (1989) Um método de equilíbrio limite para a análise de estabilidade de taludes. *Geotecnia*.
- DITLEVSEN, O. (1981) Principle of Normal Tail Approximation. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, v. 107, n. 6, p. 1191–1208.
- DONALD, I. B.; GIAM, P. S. K. (1989) *Example Problems for Testing Soil Slope Stability Programs*. Department of Civil Engineering, Monash University.
- DUNCAN, J. M. (1996) State of the Art: Limit Equilibrium and Finite-Element Analysis of Slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*, v. 122, n. 7, p. 577–596.
- DUNCAN, J. M.; WRIGHT, S. G. (2014) *Soil Strength and Slope Stability*. 2nd ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- FREDLUND, D.G.; KRAHN, J. (1977) Comparison of slope stability methods of analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, 14(3), 429-439.
- HASOFER A. M.; LIND N. C. (1974) Exact and Invariant Second-Moment Code Format. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, v. 100, n. 1, p. 111–121.
- JANBU, N. (1954a) Application of composite slip surface for stability analysis. *Proceedings of European Conference on Stability of Earth Slopes* (pp. 43-49).
- JANBU, N. (1954b) *Stability analysis for slopes with dimensionless parameters*. Tese de doutorado, Harvard University Soil Mechanics Series.
- JANBU, N. (1973) Slope stability computations. R.C. Hirschfeld & S.J. Poulos (Eds.), *Embankment-dam engineering*. John Wiley & Sons.
- JI, J. (2014) A simplified approach for modeling spatial variability of undrained shear strength in out-plane failure mode of earth embankment. *Engineering Geology*, v. 183, p. 315–323.
- JIANG, S.-H. et al. (2022a) Advances in reliability and risk analyses of slopes in spatially variable soils: A state-of-the-art review. *Computers and Geotechnics*, v. 141, p. 104498.
- JIANG, S.-H. et al. (2022b) Efficient reliability-based design of slope angles in spatially variable soils with field data. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v. 46, n. 13, p. 2461–2490.
- LI, D.-Q. et al. (2016) Enhancement of random finite element method in reliability analysis and risk assessment of soil slopes using Subset Simulation. *Landslides*, v. 13, n. 2, p. 293–303.
- MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. (2018) *Structural reliability analysis and prediction*. John Wiley & Sons.
- MONTGOMERY, D. C.; RUGER, G. C. (1999). *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros*. Tradução de Verônica Calado. 2.ed. Rio de Janeiro: LTC.

- MORGENSTERN, N.R.; PRICE, V.E. (1965) The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique*, 15(1), 79-93.
- NATAF, A. (1962) *Étude graphique de détermination de distributions de probabilités planes dont les marges sont données*. Em: ANNALES DE L'ISUP.
- PHOON, K.-K. (2008) *Reliability-based design in geotechnical engineering: computations and applications*. CRC Press.
- PHOON, K.-K.; KULHAWY, F. H. (1999a) Evaluation of geotechnical property variability. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 36, n. 4, p. 625–639.
- PHOON, K.-K.; KULHAWY, F. H. (1999b) Characterization of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 36, n. 4, p. 612–624.
- QIN, H. et al. (2024) Reliability analysis and geometric optimization method of cut slope in spatially variable soils with rotated anisotropy. *Engineering Failure Analysis*, v. 158, p. 108019.
- SPENCER, E. (1967) A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. *Geotechnique*, 17(1), 11-26.
- SPENCER, E. (1973) Thrust line criterion in embankment stability analysis. *Geotechnique*, 23(1), 85-100.
- VANMARCKE, E. H. (1977) Probabilistic Modeling of Soil Profiles. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, v. 103, n. 11, p. 1227–1246.
- XIAO, T. et al. (2017) Full probabilistic design of slopes in spatially variable soils using simplified reliability analysis method. *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, v. 11, n. 1, p. 146–159.
- ZHANG, W. et al. (2022) Reliability analysis of slope and random response of anti-sliding pile considering spatial variability of rock mass properties. *Rock and Soil Mechanics*, v. 42, n. 11, p. 7.
- ZHU, D. Y. et al. (2003) Generalised framework of limit equilibrium methods for slope stability analysis. *Géotechnique*, v. 53, n. 4, p. 377–395.
- ZHU, D. Y. et al. (2005) A concise algorithm for computing the factor of safety using the Morgenstern-Price method. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 42, n. 1, p. 272–278.