DOI: 10.47094/COBRAMSEG2026.1/41

Estudo Comparativo de Modelos Constitutivos na Análise do Incremento de Carga em Fundações de Barragens

Fabiane Silva Oliveira
Assistente de Engenharia, BVP, Belo Horizonte, Brasil, fabiane.oliveirasl1@gmail.com

Talita Caroline Miranda
Professora, UFMG, Belo Horizonte, Brasil, talita@etg.ufmg.br

Ronderson Queiroz Hilário
Professor, UFMG, Belo Horizonte, Brasil, ronderson@etg.ufmg.br

Vera Lúcia Silva Tavares
Engenheira Geotécnica, Belo Horizonte, Brasil, veratavares.eng@gmail.com

RESUMO: A crescente necessidade de segurança em barragens impulsionou o uso de análises numéricas sofisticadas, como o Método dos Elementos Finitos (MEF), devido aos métodos tradicionais de Equilíbrio Limite (MEL) não representarem adequadamente o comportamento tensão-deformação dos solos e o potencial de perda súbita de resistência (Robertson et al., 2019; Das, 2012; Potts, 1999). Dessa forma, o presente trabalho avaliou a influência da escolha do modelo constitutivo: Mohr-Coulomb, Hardening Soil (HS) e Hardening Soil Small (HSsmall), em simulações tensão-deformação de uma barragem submetida a incremento de carga na fundação, com foco no material colúvio-aluvionar. Por meio de simulações numéricas utilizando o software Plaxis2D, foram comparados resultados de deslocamentos, deformações e pontos de falha. Os resultados indicaram que, para o cenário em específico, os modelos mais avançados reproduzem o comportamento de campo de forma mais realista, especialmente em pequenas deformações, enquanto o Mohr-Coulomb superestima deslocamentos (Neves & Caldeira, 2018; Obrzud, 2010). Concluiu-se que a escolha criteriosa do modelo, baseada nas características do solo, é crucial para otimizar recursos e garantir a segurança geotécnica (PLAXIS, 2024).

PALAVRAS-CHAVE: Modelos Constitutivos, Elementos Finitos, Barragens, Comportamento Tensão-Deformação, Segurança Geotécnica.

ABSTRACT: The growing need for dam safety has driven the use of sophisticated numerical analyses, such as the Finite Element Method (FEM), since traditional Limit Equilibrium Methods (LEM) do not adequately represent the stress–strain behavior of soils or the potential for sudden strength loss (Robertson et al., 2019; Das, 2012; Potts, 1999). Accordingly, this study evaluated the influence of constitutive model selection—Mohr-Coulomb, Hardening Soil (HS), and Hardening Soil Small (HSsmall)—on stress–strain simulations of a dam subjected to increased foundation loading, with emphasis on the colluvial–alluvial material. Numerical simulations were performed using Plaxis2D to compare displacement, strain, and failure point results. The findings indicate that, for the specific scenario analyzed, the more advanced models reproduce field behavior more realistically, particularly at small strain levels, whereas the Mohr-Coulomb model overestimates displacements (Neves & Caldeira, 2018; Obrzud, 2010). It is concluded that careful selection of the constitutive model, based on soil characteristics, is essential for optimizing resources and ensuring geotechnical safety (PLAXIS, 2024).

KEYWORDS: Constitutive Models, Finite Elements, Dams, Stress–Strain Behavior, Geotechnical Safety.

1 INTRODUÇÃO

O estado de Minas Gerais apresenta forte dependência da atividade minerária, o que implica a geração de grandes volumes de rejeitos e a necessidade de soluções seguras para sua disposição, com destaque para

barragens de terra (ANM, 2024). Falhas estruturais recentes evidenciaram limitações nos processos tradicionais de análise e projeto, reforçando a necessidade de métodos capazes de representar adequadamente o comportamento tensão-deformação dos solos (Robertson et al., 2019).

A estabilidade de barragens é tradicionalmente avaliada pelo Método do Equilíbrio Limite (MEL), que fornece fatores de segurança globais, mas não representa explicitamente a redistribuição de tensões, a evolução progressiva da plastificação ou a deformabilidade do maciço (Potts, 1999; Das, 2012). Em contrapartida, o Método dos Elementos Finitos (MEF) permite simular a resposta tensão-deformação de forma mais consistente, embora sua confiabilidade dependa diretamente do modelo constitutivo adotado (Neves & Caldeira, 2018; PLAXIS, 2024).

Entre os modelos mais utilizados destacam-se o Mohr-Coulomb, o Hardening Soil (HS) e o Hardening Soil Small (HSsmall), que diferem quanto à representação da não linearidade da rigidez e do comportamento em pequenas deformações (Obrzud, 2010; Barrantes, 2013). Apesar de amplamente empregados, ainda são limitados os estudos comparativos aplicados a depósitos colúvio-aluvionares, cujo comportamento é fortemente dependente do regime deformacional.

Diante disso, este trabalho avalia a influência dos modelos Mohr-Coulomb, Hardening Soil e Hardening Soil Small na resposta tensão-deformação de uma barragem submetida a incremento de carga na fundação, com ênfase no material colúvio-aluvionar, por meio de modelagem bidimensional simplificada.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 Modelos Constitutivos Avaliados

Foram avaliados três modelos constitutivos empregados em análises geotécnicas pelo Método dos Elementos Finitos: Mohr-Coulomb (MC), Hardening Soil (HS) e Hardening Soil Small (HSsmall). A definição dos modelos e sua posterior parametrização integram o fluxo metodológico apresentado na Figura 1.

O modelo de Mohr-Coulomb consiste em uma formulação elastoplástica perfeita, na qual o solo apresenta comportamento elástico linear até a plastificação e resistência definida pelos parâmetros efetivos de coesão (c') e ângulo de atrito (φ'). A rigidez é considerada constante, não sendo representada sua dependência com o nível de tensões nem mecanismos de endurecimento plástico (Potts, 1999; Obrzud, 2010).

O modelo Hardening Soil incorpora endurecimento plástico em carregamento primário e compressão oedométrica, com rigidez dependente do estado de tensões. A formulação utiliza os módulos E_{50}^{ref}, $E_{oed,ref}$ e E_u^r, além do expoente m, permitindo representar comportamento não linear tensão-deformação (Schanz, Vermeer & Bonnier, 1997; PLAXIS, 2024).

O modelo Hardening Soil Small constitui uma extensão do HS, incluindo a rigidez em pequenas deformações por meio do módulo de cisalhamento inicial $G_{0,ref}$ e da deformação cisalhante de referência $\gamma_{0.7}$. Essa abordagem possibilita representar a elevada rigidez inicial do solo e sua degradação progressiva com o aumento da deformação (PLAXIS, 2024; Sottile et al., 2021).

Após a definição dos modelos constitutivos, procedeu-se à parametrização dos materiais com base em dados de ensaios laboratoriais, investigações de campo e correlações empíricas, seguida da modelagem numérica no software Plaxis2D, conforme o fluxo metodológico apresentado na Figura 1.

2.2 Fundamentação normativa e definição do cenário de análise

O cenário de análise foi definido em conformidade com a ABNT NBR 11.682:2009 – Estabilidade de encostas e com a ABNT NBR 13.028:2024 – Elaboração e apresentação de projeto de barragens para disposição de rejeitos, contenção de sedimentos e acumulação de água, que estabelecem critérios para verificação da estabilidade e segurança geotécnica.

A barragem de referência apresenta grande extensão longitudinal e múltiplas unidades geotécnicas. Considerando que o objetivo deste estudo é avaliar a influência da escolha do modelo constitutivo na resposta tensão-deformação da fundação, adotou-se uma seção bidimensional representativa do trecho com ocorrência do depósito colúvio-aluvionar. Essa simplificação permite isolar os efeitos associados exclusivamente ao modelo constitutivo, preservando os mecanismos dominantes de deformação e ruptura.

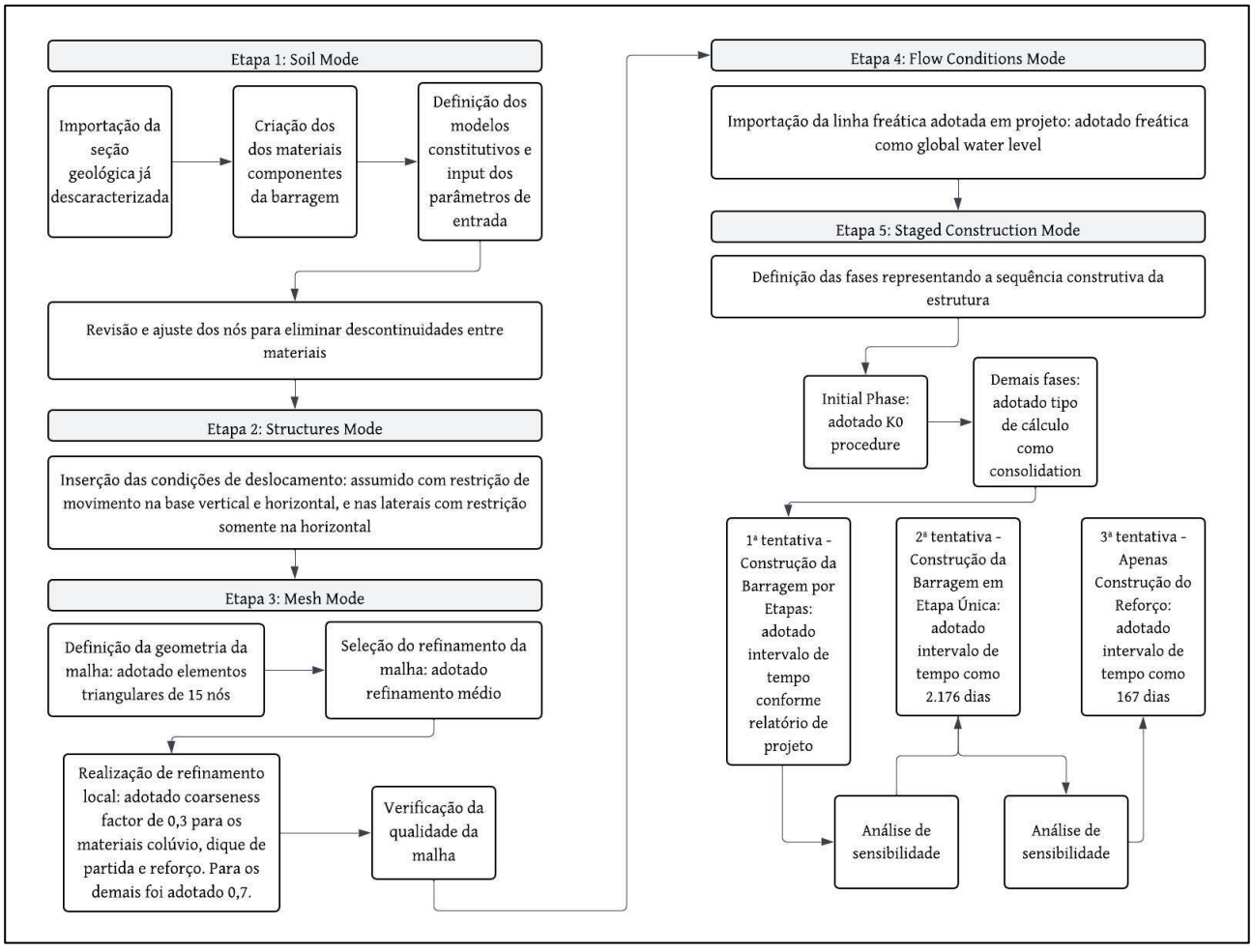


Figura 1. Fluxograma para modelagem da estrutura.

2.3 Parametrização geotécnica dos materiais

A parametrização foi realizada com base em investigações geotécnicas de campo, ensaios laboratoriais e correlações empíricas usuais na prática da engenharia geotécnica. Os parâmetros físicos e de resistência foram obtidos diretamente desses dados, enquanto os parâmetros de deformabilidade foram adotados conforme relatório de projeto, em função da inexistência de ensaios específicos para sua determinação direta.

A análise comparativa concentrou-se no comportamento do material colúvio-aluvionar da fundação, considerado em condição não drenada, conforme os cenários críticos usualmente adotados em avaliações de segurança de barragens. Os parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 1, no item Resultados.

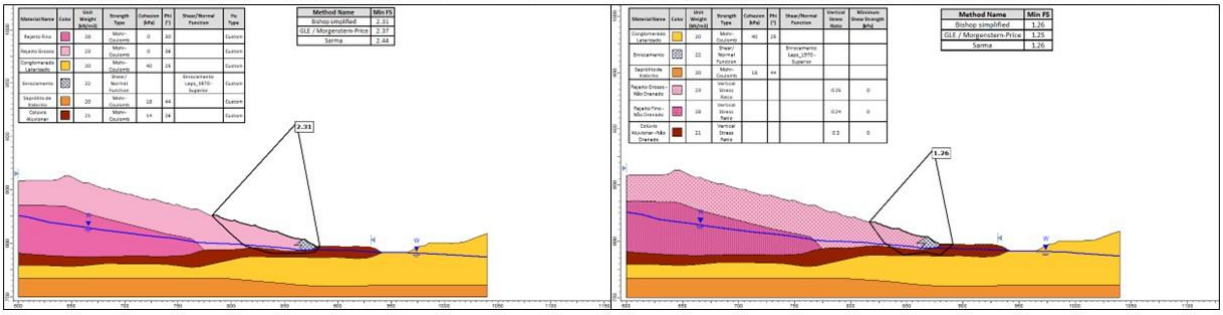
2.4 Verificação preliminar de estabilidade pelo Método do Equilíbrio Limite

Com o objetivo de validar a representatividade da seção bidimensional adotada, realizou-se análise preliminar de estabilidade pelo Método do Equilíbrio Limite (MEL), utilizando o critério de ruptura de Mohr-Coulomb e atendendo às diretrizes da ABNT NBR 13.028:2024.

Foram empregados métodos que satisfazem as condições de equilíbrio de forças e momentos, com busca automática da superfície crítica de ruptura. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 2.

A superfície crítica intercepta o horizonte colúvio-aluvionar, indicando que esse material controla o mecanismo de instabilidade da fundação. Os fatores de segurança atenderam aos valores mínimos normativos para as condições analisadas, validando a seção adotada para as análises tensão-deformação subsequentes.

a) Seção sem reforço - condição drenada – FS = 2,31. b) Seção sem reforço - condição não drenada – FS = 1,26.



c) Seção com reforço - condição drenada – FS = 2,58. d) Seção com reforço - condição não drenada – FS = 1,68.

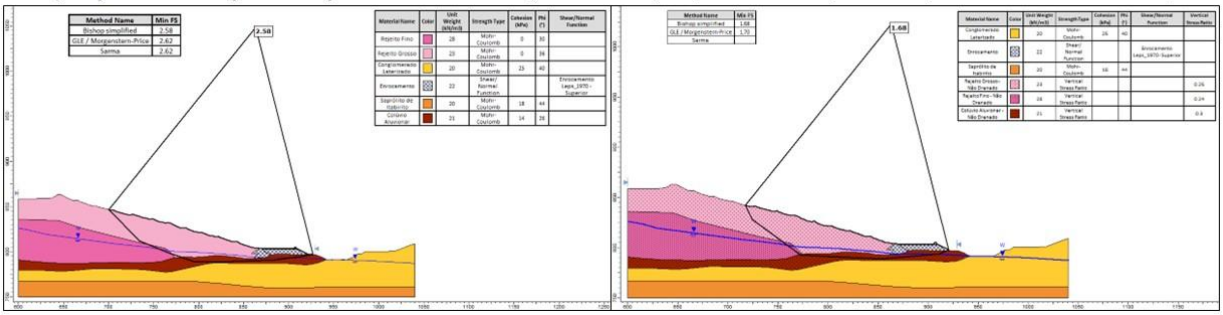


Figura 2. Resultados das Análises de Estabilidade pelo MEL.

2.5 Modelagem numérica pelo Método dos Elementos Finitos

As análises numéricas foram realizadas no software Plaxis2D, em condição de deformação plana. O domínio foi discretizado por elementos triangulares de 15 nós, com refinamento compatível com os gradientes esperados de tensão e deformação. As condições de contorno consistiram em restrição total de deslocamentos na base e restrição horizontal nas laterais, conforme ilustrado na Figura 3.

O carregamento correspondente ao reforço da barragem foi aplicado em etapa única, por meio de análise de consolidação. Para cada modelo constitutivo, foram avaliados os campos de deslocamentos, deformações cisalhantes e zonas de plastificação no material colúvio-aluvionar.

A análise comparativa foi realizada a partir de um ponto de controle localizado no centro da camada colúvio-aluvionar, imediatamente abaixo do reforço de enrocamento, conforme indicado na Figura 3, permitindo avaliar a influência exclusiva do modelo constitutivo na resposta tensão-deformação.

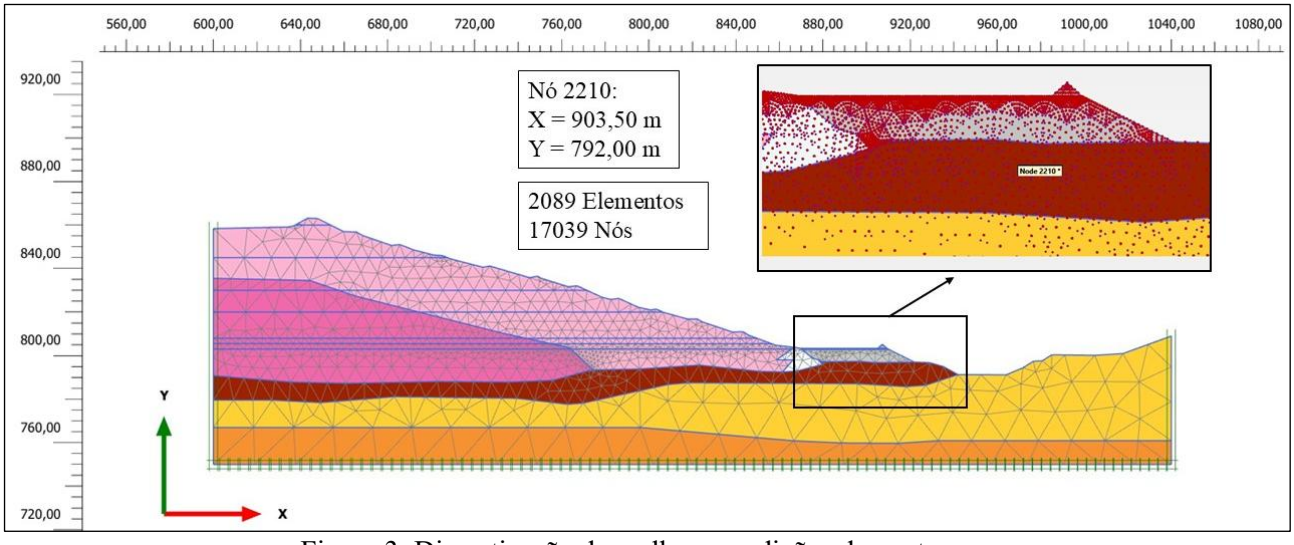


Figura 3. Discretização da malha e condições de contorno.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A consolidação da base de dados geotécnicos e a definição dos parâmetros adotados constituíram etapa fundamental para a confiabilidade das análises numéricas realizadas. A Tabela 1 apresenta o conjunto de parâmetros físicos, de resistência e de deformabilidade utilizados para o material colúvio-aluvionar, que constitui o foco central das análises tensionais e deformacionais deste estudo.

Tabela 1. Parâmetros físicos, de resistência e de deformabilidade para o Colúvio-Aluvionar.

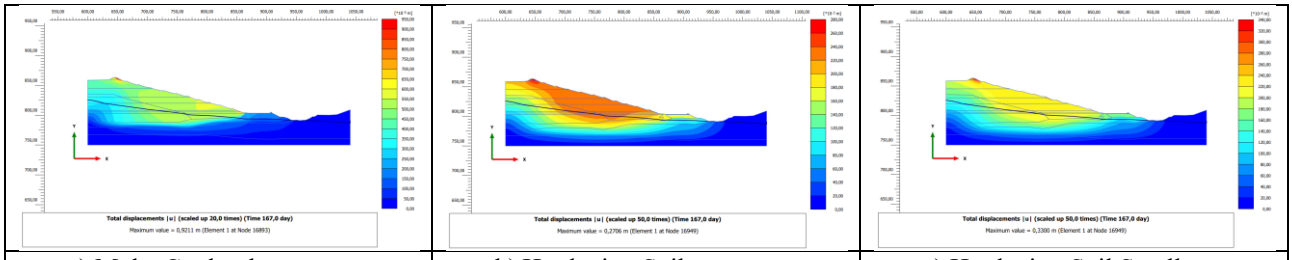
Parâmetros	Símbolo	Colúvio Aluvionar
Peso específico saturado (kN/m^3)	γ_{sat}	22
Peso específico natural (kN/m^3)	γ_{nat}	21
Coesão efetiva (kPa)	c'	14
Ângulo de atrito efetivo (º)	ϕ'	26
Ângulo de dilatância (º)	ψ	0
Rigidez secante em ensaios triaxiais (kN/m^2)	E_{50}^{ref}	9.000
Rigidez secante para carga primária oedométrica (kN/m^2)	E_{oed}	6.000
Dependência da rigidez ao estado de tensões	m	0,5
Rigidez em descarregamento e recarregamento (kN/m^2)	E_{ur}	6.000
Relação de Poisson descarregamento e recarregamento	ν_{ur}	0,2
Tensão de Referência (kN/m^2)	$\rho_{,ref}$	100
Coeficiente de pressão lateral	K_0^{nc}	0,6
Relação de falha	R_f	0,4
Deformação cisalhante de referência	$\gamma_{0,7}$	1,0 x 10^{-4}
Módulo cisalhante inicial (kN/m^2)	$G_{0,ref}$	70.000

3.1 Resultados de deslocamentos

Os campos de deslocamentos totais, horizontais e verticais obtidos nas análises pelo Método dos Elementos Finitos são apresentados nas Figuras 4, 5 e 6, respectivamente. A Tabela 2 sintetiza os valores máximos registrados no ponto de controle indicado na Figura 3.

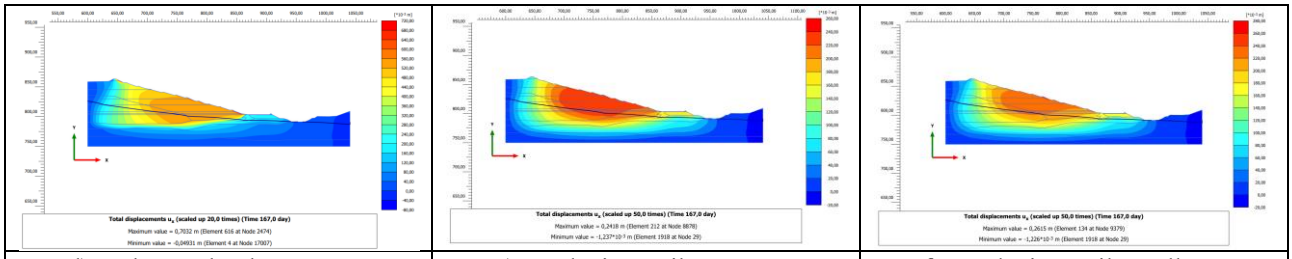
A comparação evidencia diferenças consistentes entre os modelos constitutivos. O modelo Mohr-Coulomb apresentou os maiores deslocamentos totais e horizontais, refletindo sua formulação com rigidez constante e ausência de endurecimento plástico. O modelo Hardening Soil apresentou resposta intermediária, com redução significativa na componente vertical. O modelo Hardening Soil Small registrou os menores deslocamentos, em função da consideração da rigidez inicial elevada em pequenas deformações.

Os resultados indicam que a incorporação da dependência da rigidez ao nível de tensões e do comportamento em pequenas deformações influencia diretamente a magnitude dos deslocamentos previstos para o material colúvio-aluvionar.



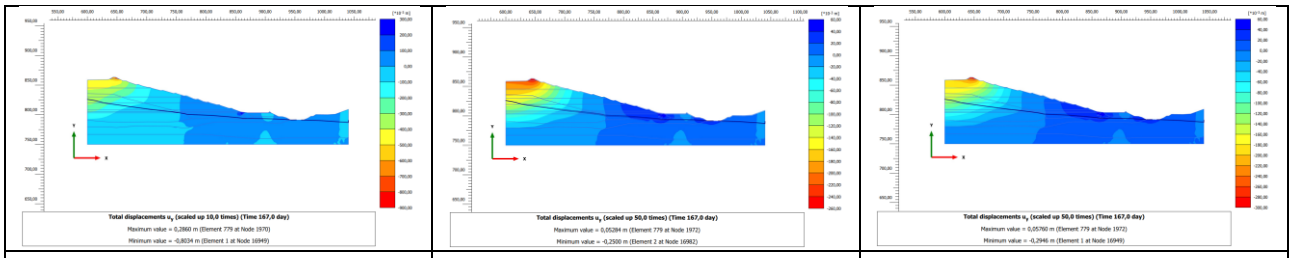
a) Mohr-Coulomb | b) Hardening Soil | c) Hardening Soil Small

Figura 4. Deslocamentos totais.



d) Mohr-Coulomb | e) Hardening Soil | f) Hardening Soil Small

Figura 5. Deslocamentos totais horizontais.



g) Mohr-Coulomb | h) Hardening Soil | i) Hardening Soil Small

Figura 6. Deslocamentos totais verticais.

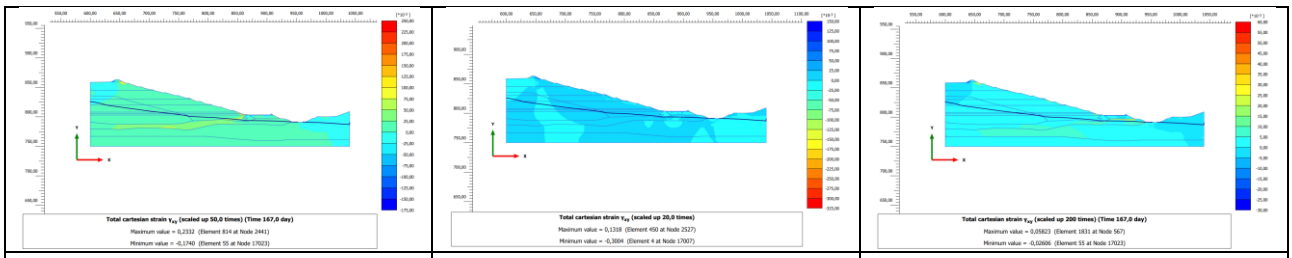
Tabela 2. Comparação quantitativa dos deslocamentos máximos obtidos para cada modelo constitutivo.

Modelo	Deslocamento Total Máx (cm)	Deslocamento Horizontal Máx (cm)	Deslocamento Vertical Máx (cm)
Mohr-Coulomb	0,012	0,012	0,014
Hardening Soil	0,013	0,012	0,003
Hardening Soil Small	0,005	0,003	0,003

3.2 Deformações cisalhantes e zonas de plastificação

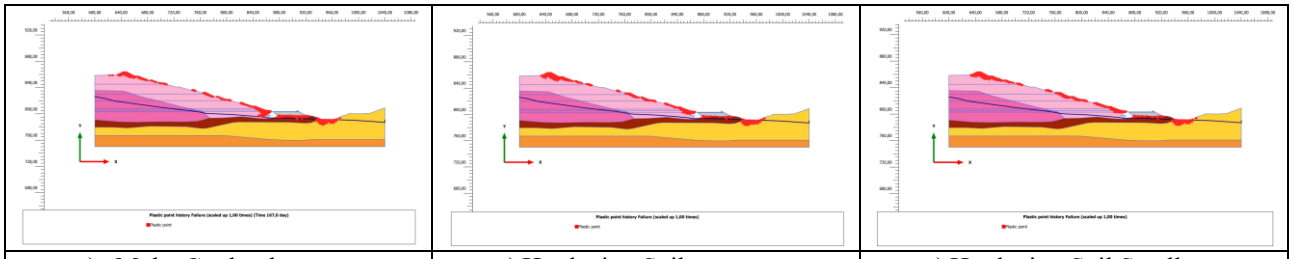
As distribuições de deformação cisalhante total e os pontos de plastificação para os três modelos constitutivos são apresentados nas Figuras 7 e 8, respectivamente. A Tabela 3 apresenta os valores máximos de deformação cisalhante obtidos no ponto de controle indicado na Figura 3.

O modelo Mohr-Coulomb apresentou maior extensão espacial de plastificação e deformações mais difusas ao longo do colúvio-aluvionar, com valor máximo aproximadamente 47% superior ao registrado pelo HSsmall. O modelo Hardening Soil apresentou distribuição intermediária, com concentração progressiva das deformações nas regiões de maior solicitação.



j) Mohr-Coulomb | k) Hardening Soil | l) Hardening Soil Small

Figura 7. Deformação cisalhante total.



m) Mohr-Coulomb | n) Hardening Soil | o) Hardening Soil Small

Figura 8. Pontos de plastificação.

Tabela 3. Comparação das deformações cisalhantes máximas.

Modelo	Deformação Cisalhante Máx (%)	Observação da Distribuição
Mohr-Coulomb	0,000168	Distribuição ampla
Hardening Soil	0,000190	Distribuição moderada
Hardening Soil Small	0,000079	Distribuição localizada

O modelo Hardening Soil Small apresentou as menores deformações cisalhantes e maior concentração das zonas plastificadas, especialmente na interface entre o colúvio-aluvionar e o reforço, evidenciando melhor representação da transição entre regimes deformacionais.

3.3 Discussão integrada dos resultados

A análise comparativa evidencia que a escolha do modelo constitutivo exerce influência direta e significativa na previsão da resposta tensão-deformação da fundação da barragem. Para o cenário analisado, o modelo de Mohr-Coulomb mostrou-se excessivamente conservador em termos de deslocamentos, podendo conduzir a interpretações imprecisas do desempenho estrutural.

O modelo Hardening Soil apresentou boa capacidade de limitar deformações excessivas, porém tende a superestimar a rigidez quando o comportamento em pequenas deformações é dominante. O modelo Hardening Soil Small mostrou-se mais adequado para representar o comportamento do colúvio-aluvionar, material que opera sob níveis relativamente baixos de tensão e apresenta resposta fortemente dependente do regime deformacional.

Os resultados reforçam a importância da seleção criteriosa do modelo constitutivo em análises numéricas de barragens, especialmente quando o objetivo é a avaliação de deslocamentos e mecanismos progressivos de deformação. A adoção de modelos mais sofisticados, embora exija maior rigor na obtenção dos parâmetros, proporciona previsões mais realistas e confiáveis, conforme indicado por Obrzud (2010), Neves & Caldeira (2018) e PLAXIS (2024).

4 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O estudo demonstrou a importância da escolha do modelo constitutivo na análise tensão-deformação de barragens, reforçando que, no caso específico analisado, os modelos avançados (HS e HSsmall) foram essenciais para garantir a segurança e a confiabilidade das análises, sobretudo em fundações de baixa resistência como o colúvio-aluvionar.

Confirmou-se que o modelo de Mohr-Coulomb, por sua formulação elastoplástica perfeita e rigidez constante, tem capacidade limitada de representar deformações progressivas e redistribuição de tensões (Obrzud, 2010). Em contraste, os modelos HS e HSsmall, ao incorporar o endurecimento plástico e a dependência da rigidez com a tensão (Schanz, Vermeer, & Bonnier, 1997; Barrantes, 2013), proporcionaram uma representação mais gradual e realista da mobilização de resistência. Especificamente, o HSsmall foi o modelo que melhor representou o colúvio-aluvionar, para o cenário hipotético avaliado, destacando a necessidade de considerar a rigidez em pequenas deformações para prever de forma precisa a localização dos

pontos de falha e a magnitude dos deslocamentos (Sottile et al., 2021; Sottile et al., 2023). A pesquisa reitera que a aplicação de modelos avançados exige rigor na obtenção dos parâmetros de deformabilidade (Neves & Caldeira, 2018).

Entretanto, o trabalho apresentou algumas limitações as quais incluíram a impossibilidade de simular o histórico construtivo completo da barragem e a ausência de ensaios específicos de laboratório para determinação direta dos parâmetros de deformabilidade, restringindo a calibração refinada do HS e HSsmall.

Apesar dessas restrições, as contribuições relevantes incluem a caracterização física e de resistência dos materiais e, principalmente, a análise comparativa da aplicabilidade dos modelos constitutivos (Mohr-Coulomb, HS e HSsmall) para um material de fundação pouco competente.

Dessa forma, para estudos futuros, recomenda-se:

- Realizar campanhas de investigação laboratorial adicionais de forma a obter diretamente os parâmetros de deformabilidade e a rigidez em pequenas deformações;
- Desenvolver simulações faseadas da construção do reforço, considerando explicitamente o tempo de carregamento e a dissipação das poropressões;
- Ampliar a modelagem para abranger todo o histórico construtivo da barragem;
- Comparar os resultados numéricos com dados de instrumentação de campo (piezômetros, inclinômetros), quando disponíveis, para uma validação robusta dos modelos empregados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANM – AGÊNCIA NACIONAL DE MINERAÇÃO. *Anuário Mineral Brasileiro: principais substâncias metálicas - 2024*. Brasília, 2024.

BARRANTES, P. R. E. (2013). *Análise Sísmica e Hidromecânica De Uma Barragem De Terra Zonada No Peru*. Faculdades Católicas.

NEVES, Emanuel Maranha das; CALDEIRA, Laura. *As Equações Constitutivas na Modelação Geotécnica*. 1. ed. Lisboa: IST Press, 2018.

OBRZUD, Rafał Filip. *On the use of the Hardening Soil Small Strain model in geotechnical practice*. Elmepress International, Lausanne, 2010.

PLAXIS BV. *Material Models Manual* – PLAXIS 2D. Delft: Bentley Systems, 2024.

POTTS, D. M.; ZDRAVKOVIC, L. *Finite element analysis in geotechnical engeneering: Theory*, 1.ed. London: Thomas Telford, 1999.

ROBERTSON, P. K.; MELO, L.; WILLIAMS, D. J.; WILSON, G. W. *Relatório do Painel de Especialistas Sobre as Causas Técnicas do Rompimento da Barragem I do Córrego do Feijão*. 2019.

SCHANZ, T.; VERMEER, P. A.; BONNIER, P. *The Hardening Soil Model: Formulation and Verification*. In: Beyond 2000 in Computational Geotechnics. Balkema, Rotterdam, 1997.

SOTTILE, M., CUETO, I., SFRISO, A., LEDESMA, O. AND LIZCANO, A. 2021. *Flow liquefaction triggering analyses of a tailings storage facility by means of a simplified numerical procedure*, Proceedings of the 20th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering.

SOTTILE, MAURO & LOPEZ RIVAROLA, FELIPE & SFRISO, ALEJO. (2023). *Comparing HSS and NorSand constitutive models for modeling flow liquefaction in tailings dams*.