XXII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica
XI Simpósio Brasileiro de Engenheiros Geotécnicos Jovens
24 a 28 de agosto de 2026 – Brasília/DF

DOI: 10.47094/COBRAMSEG2026.1/48

Influência do Modelo Constitutivo na Previsão dos Estados de Tensões em Barragens de Rejeitos Alteadas a Montante

Filipe Britto dos Reis
Engenheiro Civil, WALM BH Engenharia, Belo Horizonte, Brasil, filipe.reis@walmengenharia.com.br

André Renato Rocha Alves
Mestrando, Universidade Estadual Paulista, Bauru, Brasil, andre.renato@unesp.br
Engenheiro Civil, Walm Engenharia, Belo Horizonte, Brasil, andre.alves@walmengenharia.com.br

Gian Franco Napa Garcia
Consultor, Hidroestatistica, Geotecnia e Gestão Ltda, Belo Horizonte, Brasil, gian@hidroestatistica.com
Pesquisador, Universitat Politècnica de Valência, Valencia, Espanha, gianagar@iiama.upv.es

Vitor dos Santos Albuquerque
Doutorando, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, vitoralbuquerque9@gmail.com

RESUMO: A modelagem numérica por elementos finitos tornou-se uma ferramenta essencial na previsão e interpretação do comportamento de estruturas geotécnicas, especialmente no estudo de barragens de rejeito, cujos materiais apresentam comportamento complexo. Seja na simulação de um novo alteamento, de um reforço ou da descaracterização da estrutura, o estado inicial do modelo deve representar adequadamente as condições observadas em campo. Este trabalho investigou, por meio de um modelo numérico, a influência do modelo constitutivo no estado de tensões de uma barragem alteada a montante após sucessivas etapas de alteamento. Foram conduzidas simulações comparando os modelos NorSand e Hardening Soil Model with Small Strain Stiffness (HSsmall). Os resultados indicam que o modelo constitutivo adotado influencia significativamente o estado de tensões final da estrutura. Nas simulações com o NorSand, os estados de tensões se aproximaram da condição hidrostática, com valores do coeficiente de empuxo no repouso (K_0) superiores a 0,7, o que implica em um afastamento da linha de instabilidade. Já nas análises com o HSsmall, K_0 tendeu ao valor calculado pela equação de Jaky, resultando em um comportamento mais conservador. A partir desta avaliação, recomenda-se cautela na utilização do modelo NorSand na simulação do enchimento do reservatório de barragens.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem numérica, barragem de rejeitos, NorSand, Hardening Soil Model

ABSTRACT: Finite element numerical modeling has become an essential tool for predicting and interpreting the behavior of geotechnical structures, particularly in the study of tailings dams, whose materials exhibit complex mechanical behavior. Whether in the simulation of a new raising stage, a reinforcement, or the decharacterization of a structure, the initial state of the model must adequately represent the conditions observed in the field. This study investigated, through numerical modeling, the influence of the constitutive model on the stress state of an upstream-raised dam after successive raising stages. Simulations were conducted comparing the NorSand model and the Hardening Soil Model with Small-Strain Stiffness (HSsmall). The results indicate that the adopted constitutive model significantly influences the final stress state of the structure. In the simulations using NorSand, the stress states approached a hydrostatic condition, with values of the coefficient of earth pressure at rest (K_0) greater than 0.7, which implies a departure from the instability line. In contrast, in the analyses using HSsmall, K_0 tended toward the value calculated by Jaky's equation, resulting in a more conservative behavior. Based on this evaluation, caution is recommended when using the NorSand model to simulate the reservoir filling stage of dams.

KEYWORDS: Numerical modeling, tailings dam, NorSand, Hardening Soil Model

1 INTRODUÇÃO

A segurança de barragens de rejeitos tem sido amplamente discutida nas últimas décadas em função de rupturas recentes (e.g., Morgenstern et al., 2016; Jefferies et al., 2019; Robertson et al., 2019; Arroyo e Gens, 2021), frequentemente associadas à ocorrência de liquefação estática em materiais contráteis e saturados, especialmente em estruturas alteadas pelo método de montante. Nesse contexto, análises numéricas baseadas em tensões efetivas têm se consolidado como ferramentas fundamentais para avaliar a estabilidade e a suscetibilidade à liquefação em barragens de rejeitos, permitindo investigar diferentes trajetórias de tensões e a proximidade do estado de tensões às condições de instabilidade.

Um aspecto relevante na modelagem de problemas geotécnicos é a correta representação dos estados de tensões iniciais no modelo. Usualmente, para atingir esse objetivo, simula-se numericamente a construção da estrutura em etapas até o estágio atual, levando em conta as mudanças nas condições de contorno que ocorreram ao longo do tempo, como alterações na posição da superfície freática. Reid et al. (2022, 2023), por meio de um extenso conjunto de simulações numéricas, demonstraram que os estados de tensões iniciais na estrutura exercem influência significativa nos resultados de análises de liquefação estática.

O coeficiente de empuxo, definido como a razão entre as tensões efetivas horizontal e vertical ($K = \sigma'_h/\sigma'_v$), é um parâmetro amplamente empregado para descrever o estado de tensões em um ponto no solo. Na condição geostática (ou de repouso), na qual as deformações horizontais são nulas, esse coeficiente é denominado coeficiente de empuxo no repouso (K_0). A relação de Jaky (1944) é usualmente empregada para determinação do K_0 para materiais na condição normalmente adensada:

$$K_0 = 1 - \text{sen}(\phi') \quad (1)$$

Segundo Reid et al. (2022), valores de K_0 de rejeitos arenosos e siltosos determinados em ensaios laboratoriais com amostras reconstituídas tendem a ser próximos aos estimados pela Equação (1). Valores menores de K_0 resultam em estados de tensões mais próximos da linha de instabilidade e, portanto, mais conservadores.

O estudo desenvolvido por Castonguay e Konrad (2016), comparando simulações numéricas com resultados de ensaios laboratoriais, indica que o modelo NorSand tende a prever tensões horizontais mais elevadas em trajetórias edométricas e, consequentemente, maiores valores de K_0.

Diante desse contexto, este estudo investiga a influência do modelo constitutivo na previsão dos estados de tensões em uma barragem de rejeitos e suas implicações práticas, por meio de simulações numéricas da construção de uma barragem alteada pelo método de montante, utilizando os modelos constitutivos NorSand e Hardening Soil Model with Small-Strain Stiffness para representar o comportamento do rejeito do reservatório.

2 METODOLOGIA

Neste trabalho, para o rejeito do reservatório, foram adotados dois modelos constitutivos: o NorSand (Jefferies, 1993; Jefferies e Been, 2016) e o Hardening Soil Model with small-strain stiffness (Schanz, 1998; Benz, 2006), denominado neste trabalho como HSsmall. O modelo NorSand foi escolhido por sua capacidade de representar fenômenos associados à liquefação estática e comportamento dependente do parâmetro de estado, enquanto o modelo HSsmall foi adotado como um modelo elastoplástico amplamente utilizado em análises geotécnicas convencionais.

Os modelos foram calibrados a partir de ensaios triaxiais disponíveis em amostras dos materiais presentes na seção geológico-geotécnica da estrutura. Os parâmetros adotados são apresentados nas Tabela 1 e 2.

Tabela 1 - Parâmetros do NorSand e HSsmall para o Rejeito do Reservatório

NorSand		HSsmall	
Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
LEC	$e_c = 1{,}225\text{-}0{,}612(p'/100)^{0{,}035}$	ϕ'	34,4º
M_{tc}	1,39	c'	0,0 kPa

NorSand		HSsmall	
Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
N	0,054	E_{50}^{ref}	4600 kPa
χ_{tc}	3,93	E_{oed}^{ref}	3200 kPa
H	76-473ψ	E_{ur}^{ref}	41500 kPa
G	13,7 MPa × (p'/100)^{0,75}	m	0,85
ν	0,25	ν	0,30
ψ_0	0,04	G_0^{ref}	54800 kPa
		$\gamma_{0,7}$	0,1E-3
		p^{ref}	100 kPa

Para os alteamentos em rejeito compactado foi adotado o modelo Hardening Soil Model (HSM), já para a fundação da barragem foi considerado o modelo linear elástico.

Tabela 2 - Parâmetros dos alteamentos e fundação

Alteamentos – HSM		Fundação – Linear Elástico	
Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
ϕ'	30º	E	750000 kPa
c'	5 kPa	ν	0,28
E_{50}^{ref}	15000 kPa		
E_{oed}^{ref}	15000 kPa		
E_{ur}^{ref}	45000 kPa		
m	0,7		
ν	0,30		
p^{ref}	100 kPa		

Neste estudo foi utilizado o software Plaxis 2D (Brinkgreve et al., 2020), considerando o estado plano de deformações e elementos finitos triangulares de 6 nós. A seção geológico-geotécnica da estrutura foi obtida a partir da simplificação da seção de uma barragem real alteada pelo método de montante (Figura 1).

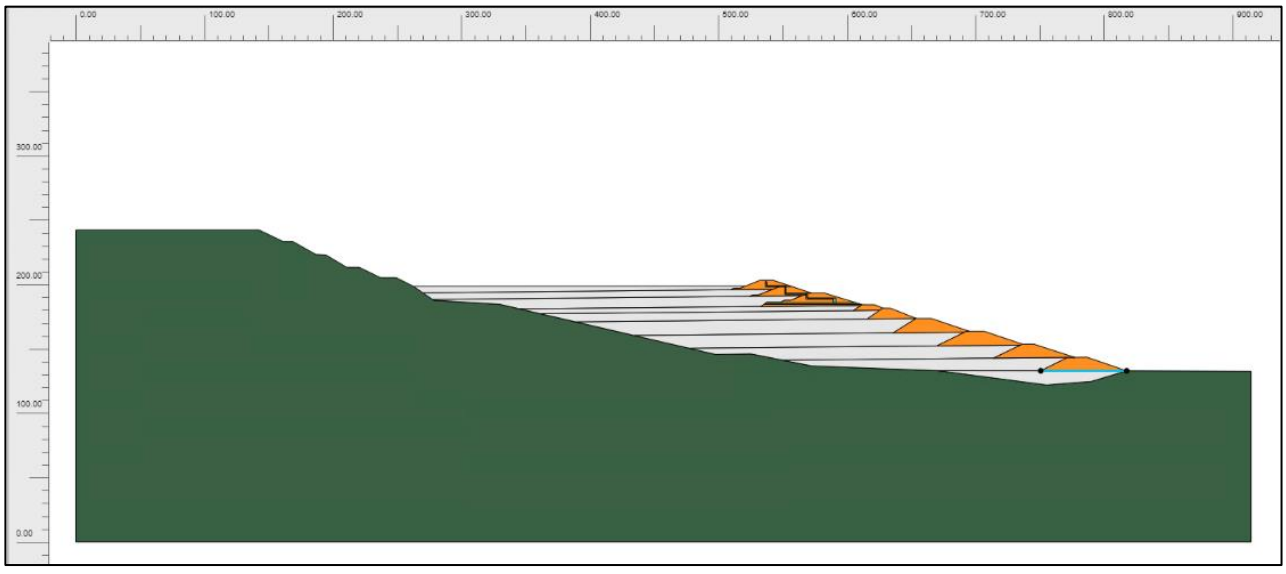


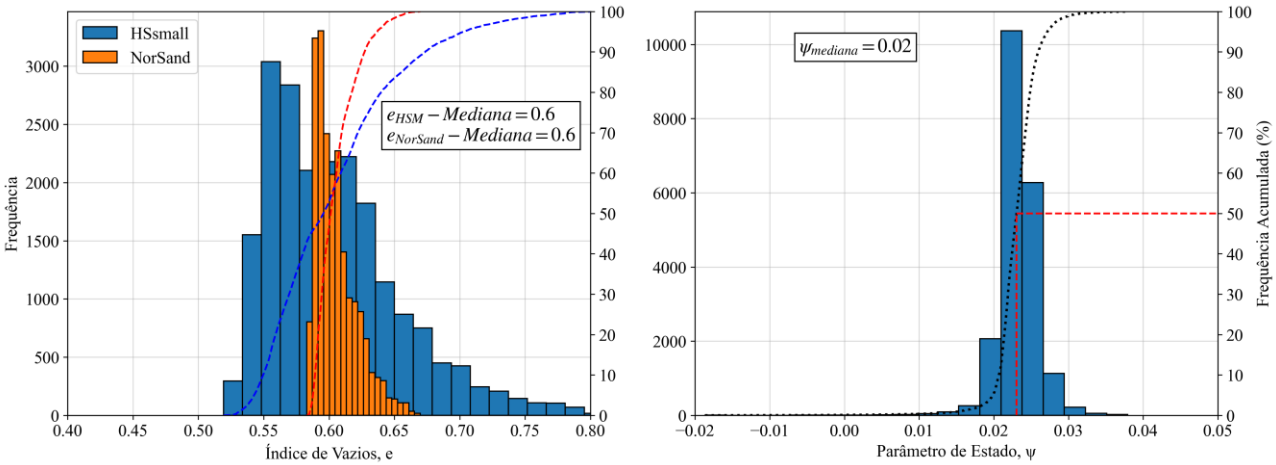
Figura 1. Seção da barragem no Plaxis.

A construção do modelo foi feita em 20 fases. A primeira consiste na inicialização das tensões na fundação, da fase 2 à fase 19 são simulados os alteamentos da estrutura e o enchimento do reservatório em condições drenadas. A última etapa simula o período em que barragem ficou sem receber rejeitos até atualmente, numa análise hidromecânica acoplada.

3 RESULTADOS

Os índices de vazios iniciais foram definidos de modo que a distribuição dos índices de vazios finais, obtidos após a simulação do processo construtivo, fosse semelhante nos dois modelos. Como se nota na Figura 2-a, os índices de vazios finais HSsmall variam em uma faixa mais ampla, se comparados aos obtidos com modelo NorSand, entretanto, as duas distribuições possuem a mesma mediana.

A Figura 2-b mostra a distribuição do parâmetro de estado no rejeito do reservatório da barragem, ao final da construção. Os valores são menores que o parâmetro de estado atribuído inicialmente ao rejeito o que é explicado pelas deformações volumétricas e distorcionais que ocorreram com os sucessivos alteamentos e as variações do nível d'água, resultando na densificação do material.



a) b)

Figura 2. Distribuição, no rejeito, dos valores de a) índices de vazios finais nos dois modelos b) parâmetro de estado no modelo NorSand

A Figura 3 apresenta os valores do coeficiente de empuxo calculados nos pontos de integração (*stress points*) no rejeito do reservatório. Nota-se que os valores são maiores para o modelo numérico construído com o NorSand. Nos dois cenários os valores são mais elevados na região mais próxima ao talude de jusante da barragem, onde tende a ocorrer a rotação das tensões principais e, consequentemente, trajetórias de tensões mais distantes da condição K_0. Nesta região, a simulação com HSsmall resultou em $0,5 \geq K \geq 0,7$, enquanto o NorSand obteve $0,7 \geq K \geq 1,1$, aproximadamente. Próximo à superfície do reservatório também são observados valores mais elevados do coeficiente do empuxo, de forma muito mais pronunciada na simulação com o modelo constitutivo NorSand.

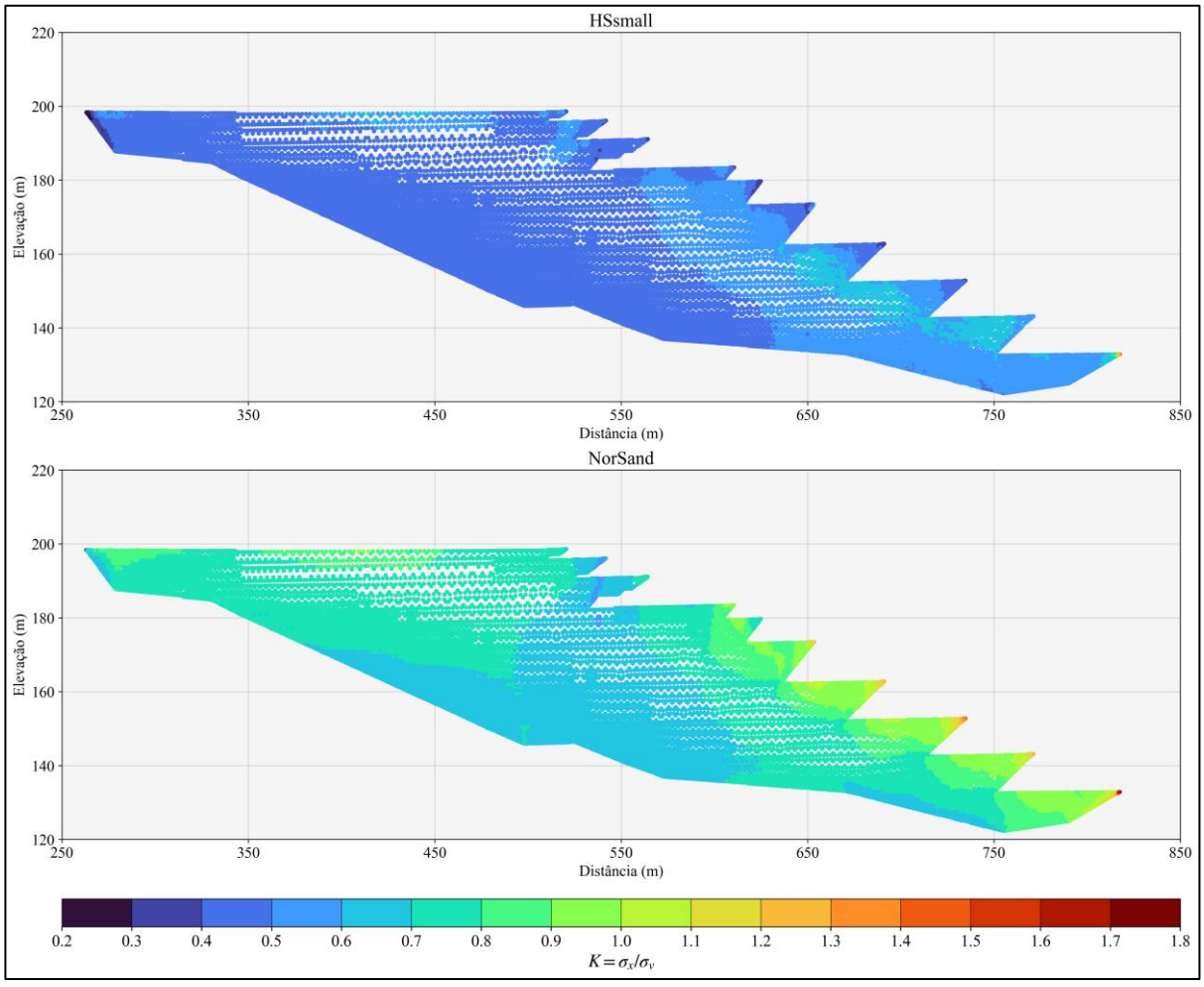


Figura 3. Valores do coeficiente de empuxo no rejeito do reservatório

A Figura 4 apresenta a distribuição dos valores de K nos dois modelos. Aplicando a Equação (1), com um ângulo de atrito de 34,4° (Tabela 1), obtém-se K_0 = 0,44, o mesmo valor da mediana de K do modelo HSsmall. Isso indica que o modelo HSsmall tende a reproduzir trajetórias de tensões edométricas com valores de K_0 próximos aos estimados pela equação de Jaky.

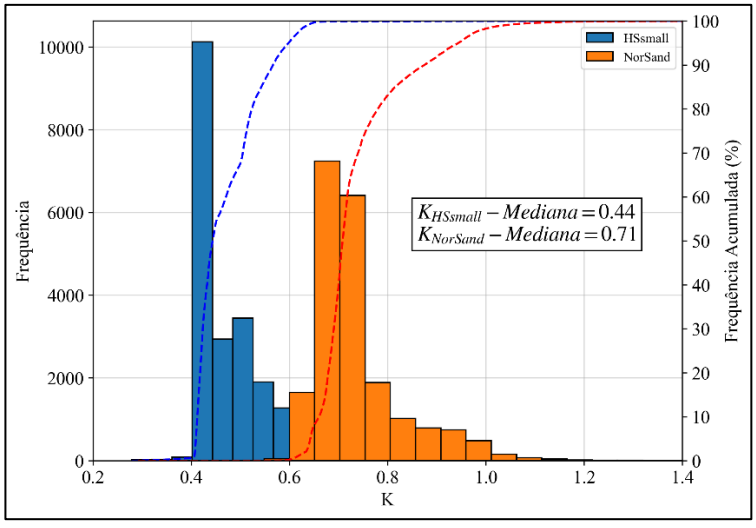


Figura 4. Distribuições dos valores do coeficiente de empuxo nos dois modelos

Para avaliar a influência dos estados de tensões iniciais na resposta não drenada do material, foram realizadas simulações de ensaios triaxiais não drenados utilizando o modelo NorSand no módulo Soil Test do Plaxis. Os corpos de prova (CP) virtuais foram adensados para os valores de K_0 iguais aos das medianas mostradas na Figura 4. Os estados de tensões iniciais foram definidos de forma que os dois CPs fossem submetidos a mesma tensão vertical (que neste caso corresponde a tensão principal maior), de 700 kPa, aproximadamente a tensão média obtida no modelo numérico da barragem. Foi adotado um $\psi = 0{,}02$, como o representativo do parâmetro de estado do rejeito do reservatório (Figura 2-b). Os resultados destas simulações são apresentados na Figura 5.

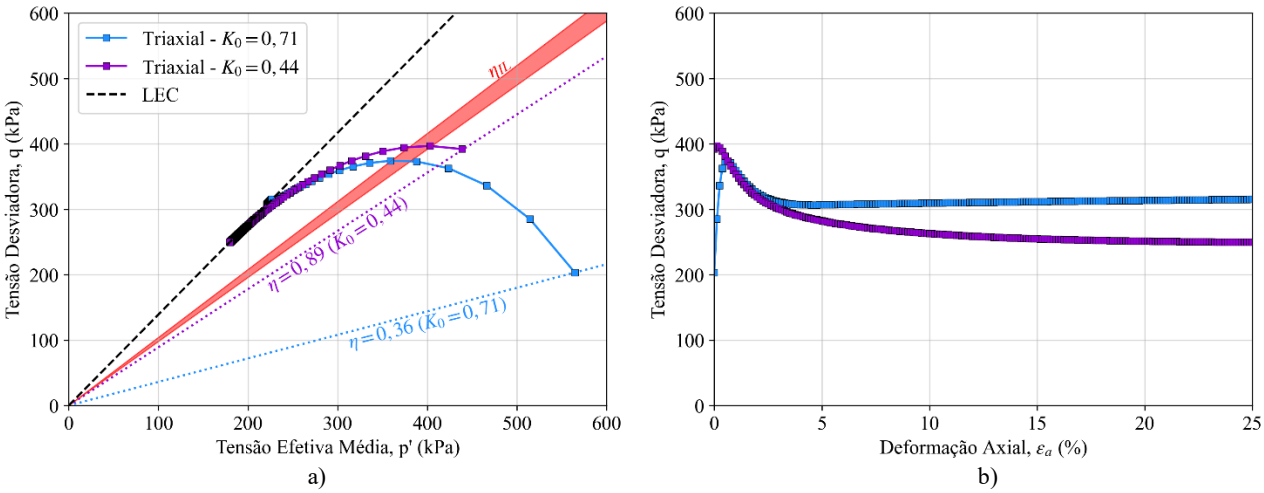


Figura 5. Resultados dos ensaios triaxiais simulados com diferentes valores de K_0: a) trajetórias de tensões efetivas b) tensão desviadora por deformação axial

A linha de instabilidade (η_{IL}), que marca o ponto a partir do qual o material apresenta perda de resistência (strain softening), variou entre os ensaios, por esse motivo ela é representada no gráfico como uma região, em vez de uma linha de fato.

O estado de tensões inicial correspondente ao adensamento com $K_0 = 0{,}44$ se encontra mais próximo da região de instabilidade, consequentemente, neste ensaio, os acréscimos de tensões e deformações necessários para levar o material à instabilidade são menores que os necessários para produzir o mesmo efeito no ensaio adensado com $K_0 = 0{,}71$. No ensaio triaxial $K_0 = 0{,}71$, a resistência não drenada de pico é atingida para uma deformação axial de 0,63%, já no ensaio com $K_0 = 0{,}44$, a tensão de pico é atingida para 0,38%, um valor 40% menor. Estes resultados ilustram as diferenças significativas que podem ser encontradas na resposta do modelo numérico a depender dos estados de tensões iniciais na estrutura, os quais, como mostrado anteriormente, são função do modelo constitutivo adotado.

Também foram realizadas simulações de ensaios de adensamento edométrico, utilizando o NorSand, para verificar a sensibilidade do K_0 a alguns parâmetros do modelo. As trajetórias de tensões obtidas nestes ensaios são mostradas na Figura 6, juntamente com um ensaio realizado com o HSsmall para comparação. Em todas as simulações, apenas um parâmetro foi variado, enquanto os demais permaneceram constantes, conforme os valores indicados na Tabela 2.

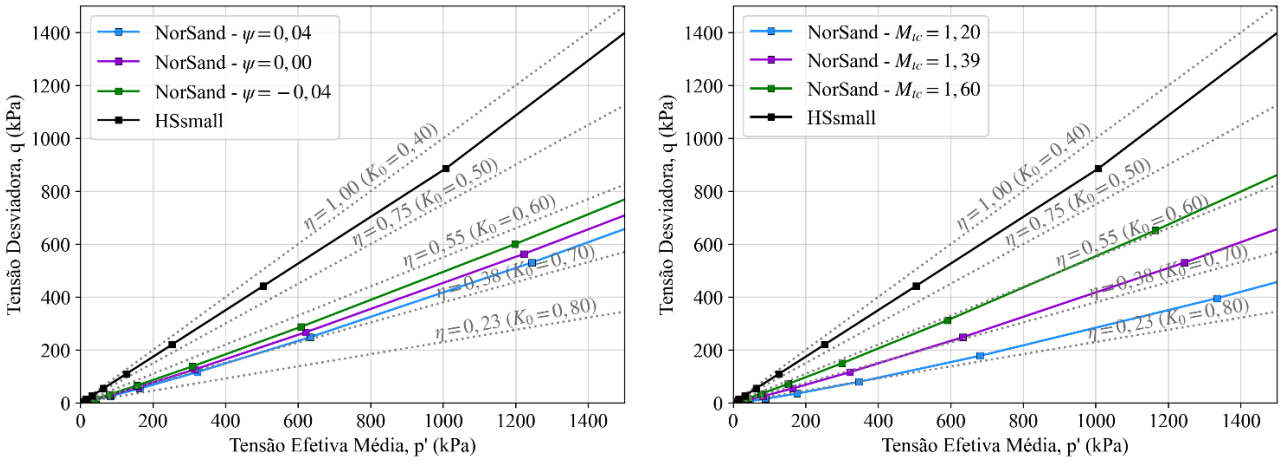


Figura 6. Análises de sensibilidade do NorSand: a) parâmetro de estado b) M_{tc}

Assim como observado na simulação numérica da barragem, o modelo HSsmall resulta em valores menores de K_0, por volta de 0,44. Ressalta-se que o HSsmall não é um modelo baseado na teoria dos estados críticos e não possui um "parâmetro de estado". Por esse motivo, as comparações entre este modelo e o NorSand só podem ser feitas quando os dois modelos foram calibrados para um mesmo comportamento.

Os rejeitos no reservatório de uma barragem, em geral, se encontram em um estado fofo, devido ao processo de disposição destes, dessa maneira, são esperados valores de ψ positivos neste material. A Figura 6-a mostra que um aumento no valor do parâmetro de estado, o que implica numa transição do comportamento dilatante para o contrátil, promove uma redução do K_0. O aumento de M_{tc}, ainda que represente um aumento da resistência do material, resulta em valores mais elevados de K_0 e, consequentemente, estados de tensões mais próximos da linha de instabilidade.

4 CONCLUSÃO

Este trabalho investigou a influência do modelo constitutivo na previsão dos estados de tensões em uma barragem de rejeitos alteada pelo método de montante, por meio de simulações numéricas realizadas no software Plaxis 2D. Foram comparados os modelos NorSand e Hardening Soil Model with Small-Strain Stiffness (HSsmall) na representação do comportamento do rejeito do reservatório ao longo das etapas construtivas da estrutura.

Os resultados indicaram diferenças significativas nos estados de tensões finais obtidos com os dois modelos constitutivos. As simulações realizadas com o NorSand resultaram em valores mais elevados do coeficiente de empuxo, frequentemente superiores a 0,7, aproximando o estado de tensões da condição hidrostática. Por outro lado, o modelo HSsmall produziu valores de K próximos ao coeficiente de empuxo no repouso estimado pela equação de Jaky, resultando em estados de tensões mais próximos da condição edométrica esperada para materiais normalmente adensados.

As análises numéricas de ensaios triaxiais não drenados demonstraram que essas diferenças nos estados de tensões iniciais têm impacto significativo na resposta mecânica do material. Estados de tensões associados a menores valores de K_0 posicionam o material mais próximo da linha de instabilidade, reduzindo o incremento de tensões e deformações necessário para atingir condições de perda de resistência.

As análises de sensibilidade realizadas em ensaios edométricos simulados com o modelo NorSand indicaram que os valores de K_0 são influenciados por parâmetros do modelo, evidenciando a sensibilidade da previsão dos estados de tensões à calibração do modelo constitutivo.

De forma geral, os resultados evidenciam que a escolha do modelo constitutivo pode influenciar significativamente os estados de tensões iniciais obtidos em modelos numéricos de barragens de rejeitos, com potenciais implicações na avaliação da suscetibilidade à liquefação estática. Nesse contexto, recomenda-se que outros modelos constitutivos sejam utilizados na simulação da construção de uma barragem de rejeitos, como o HSsmall, utilizado neste estudo. O NorSand é mais indicado para a fase subsequente da análise, onde se busca capturar especificamente a perda de resistência e o comportamento de softening durante o gatilho da

liquefação em condições não drenadas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à WALM Engenharia pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho e pela disponibilização dos recursos necessários para a realização das simulações numéricas. Os autores também agradecem aos colegas que contribuíram com discussões técnicas durante o desenvolvimento deste estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arroyo, M., Gens, A. (2021). Report of the Expert Panel on the Technical Causes of the Failure of Feijão Dam I. Vale S.A.

Benz, T. (2006). *Small-Strain Stiffness of Soils and its Numerical Consequences*. PhD Thesis, Universität Stuttgart, Stuttgart, Germany.

Brinkgreve, R. B. J., Kumarswamy, S., Swolfs, W. M., Zampich, L., Galavi, V. (2020). PLAXIS 2D Reference Manual. Bentley Systems.

Castonguay, V., Konrad, J.-M. (2016). Prediction of the fraser river sand response to oedometric loading using the norsand soil model. *69th Canadian Geotechnical Conference*.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. *Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers*, 355–358.

Jefferies, M. G. (1993). Nor-Sand: A simple critical state model for sand. *Géotechnique*, 43(1), 91–103.

Jefferies, M., Been, K. (2015). *Soil Liquefaction: A Critical State Approach*. 2nd Edition, CRC Press, Taylor & Francis.

Jefferies, M., Shuttle, D., Been, K. (2019). The Cadia tailings dam failure. Proceedings of Tailings and Mine Waste Conference.

Morgenstern, N. R., Vick, S. G., Viotti, C. B., Watts, B. D. (2016). Fundão Tailings Dam Review Panel Report. Report on the Failure of the Fundão Dam, Brazil.

Reid, D., Dickinson, S., Mital, U., Fanni, R. & Fourie, A. (2022). On some uncertainties related to static liquefaction triggering assessments. Proceedings of the Institution of Civil Engineers - *Geotechnical Engineering* 175, 1–53.

Reid, D., Dickinson, S., Fanni, R., Fourie, A. & Mital, U. (2023). Discussion of "procedure for assessing the liquefaction vulnerability of tailings dams" by Ledesma, O, Sfriso, A, and Manzanal, D. *Computers and Geotechnics* 153, 105062.

Robertson, P. K., de Melo, L., Williams, D. J., Wilson, G. W. (2019). Report of the Expert Panel on the Technical Causes of the Failure of Feijão Dam I.

Schanz, T. (1998). Zur Modellierung des mechanischen Verhaltens von Reibungsmaterialien. Habilitation Thesis, Universität Stuttgart, Germany.